

# 高三数学

## 考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前，考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。
4. 本卷命题范围：高考范围。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{2, 3, 4\}$ ,  $B = \{x \in \mathbf{Z} | x^2 - 8x + 12 < 0\}$ , 则  $A \cup B$  中元素的个数是

- A. 4                                      B. 5                                      C. 6                                      D. 7

2. 已知  $(1-i)z = i$ , 则复数  $z$  在复平面内对应的点位于

- A. 第一象限                                      B. 第二象限  
C. 第三象限                                      D. 第四象限

3. 设  $\alpha, \beta$  为两个不同的平面, 则  $\alpha // \beta$  的一个充分条件是

- A.  $\alpha$  内有无数条直线与  $\beta$  平行                                      B.  $\alpha, \beta$  垂直于同一个平面  
C.  $\alpha, \beta$  平行于同一条直线                                      D.  $\alpha, \beta$  垂直于同一条直线

4. 设函数  $f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 + 2, & x < 1, \\ -2x, & x \geq 1, \end{cases}$  则不等式  $f(3) + f(|x| - 4) > 0$  的解集为

- A.  $(-1, 1)$                                       B.  $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$   
C.  $(-7, 7)$                                       D.  $(-\infty, -7) \cup (7, +\infty)$

5. 已知函数  $f(x) = \sin \omega x - \sqrt{3} \cos \omega x (\omega > 0)$ , 若  $f(x)$  的图象在区间  $(0, \pi)$  上有且只有 1 个最低点, 则实数  $\omega$  的取值范围为

- A.  $(\frac{13}{6}, \frac{7}{2}]$                                       B.  $(\frac{7}{2}, \frac{25}{6}]$                                       C.  $[\frac{11}{6}, +\infty)$                                       D.  $(\frac{11}{6}, \frac{23}{6}]$

6. 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的上顶点  $A(0, b)$ , 左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 连接  $AF_1$ , 并延长交椭圆于另一点  $P$ , 若  $|PA| = |PF_2|$ , 则椭圆  $C$  的离心率为

- A.  $\frac{1}{3}$                                       B.  $\frac{1}{6}$                                       C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$                                       D.  $\frac{\sqrt{6}}{6}$

7. 共有 10 级台阶, 某人一步可跨一级台阶, 也可跨两级台阶或三级台阶, 则他恰好 6 步上完台阶的方法种数是

- A. 30                                      B. 90                                      C. 75                                      D. 60

8. 已知  $a > b > 0$ , 且  $a^{\frac{1}{a}} = b^{\frac{1}{b}}$ , 则

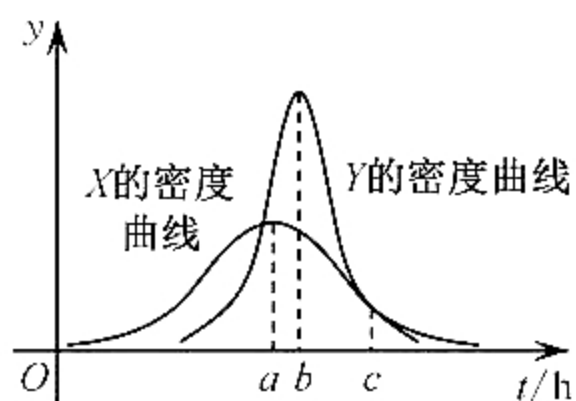
- A.  $0 < b < 1$                               B.  $0 < a < 1$                               C.  $1 < b < e$                               D.  $1 < a < e$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 已知角  $\alpha$  的终边经过点  $P(8, 3\cos \alpha)$ , 则

- A.  $\sin \alpha = \frac{1}{3}$                               B.  $\cos 2\alpha = \frac{7}{9}$   
 C.  $\tan \alpha = \pm \frac{\sqrt{2}}{4}$                               D.  $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

10. 某工厂加工一种零件, 有两种不同的工艺选择, 用这两种工艺加工一个零件所需时间  $t$  (单位: h) 均近似服从正态分布, 用工艺 1 加工一个零件所用时间  $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ ; 用工艺 2 加工一个零件所用时间  $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ ,  $X, Y$  的概率分布密度曲线如图, 则



- A.  $\mu_1 < \mu_2, \sigma_1^2 > \sigma_2^2$   
 B. 若加工时间只有  $a$  h, 应选择工艺 2  
 C. 若加工时间只有  $c$  h, 应选择工艺 2  
 D.  $\forall t_0 \in (b, c), P(X < t_0) > P(Y < t_0)$

11. 若函数  $f(2x+1)$  ( $x \in \mathbf{R}$ ) 是周期为 2 的奇函数, 则下列选项一定正确的是

- A. 函数  $f(x)$  的图象关于点  $(1, 0)$  对称                              B. 2 是函数  $f(x)$  的一个周期  
 C.  $f(2021) = 0$                               D.  $f(2022) = 0$

12. 已知正四棱台  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  (上下底面都是正方形的四棱台), 下底面  $ABCD$  边长为 2, 上底面边长为 1, 侧棱长为  $\sqrt{2}$ , 则

- A. 它的表面积为  $5+3\sqrt{7}$                               B. 它的外接球的表面积为  $\frac{8\sqrt{2}}{3}\pi$   
 C. 侧棱与下底面所成的角为  $60^\circ$                               D. 它的体积比棱长为  $\sqrt{2}$  的正方体的体积大

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知  $a, b, c$  均为单位向量, 且  $3a+2b-3c=0$ , 则  $a$  与  $b$  夹角的余弦值为\_\_\_\_\_.

14. 甲、乙两人进行乒乓球比赛, 采用“5 局 3 胜制”, 即先胜 3 局为胜方, 比赛结束. 已知甲每局获胜的概率均为 0.6, 则甲开局获胜并且最终以 3:1 取胜的概率为\_\_\_\_\_.

15. 已知抛物线  $C: y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ), 过焦点  $F$  且斜率为  $2\sqrt{6}$  的直线  $l$  交  $C$  于  $A, B$  两点 (其中点  $A$  在  $x$  轴下方), 再过  $A, B$  分别作抛物线准线的垂线, 垂足分别为  $D, C$ , 设  $S_1, S_2$  分别为  $\triangle ADF, \triangle BCF$  的面积, 则  $\frac{S_1}{S_2} =$ \_\_\_\_\_.

16. 若对于任意的  $x, a \in (0, +\infty)$ , 不等式  $e^{ax+2ab} \geq a^2x$  恒成立, 则  $b$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

关注北京高考在线官方微信: **北京高考资讯(微信号:bjgkzx)**, 获取更多试题资料及排名分析信息。  
**【高三新高考 4 月质量检测·数学 第 2 页(共 4 页)】**

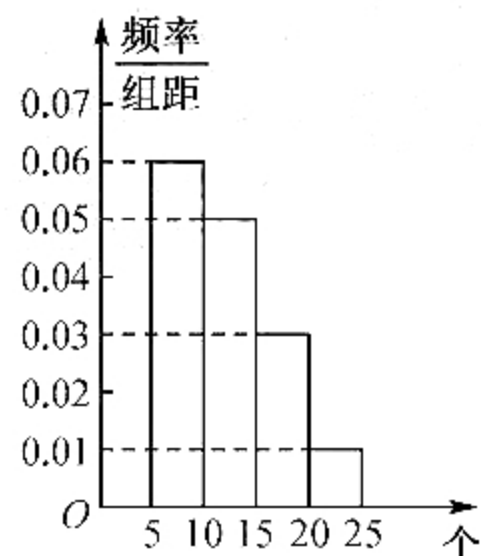
四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 10 分)

某高级中学为了解学生体质情况，随机抽取高二、高三男生各 50 人进行引体向上体能检测，下图是根据 100 名学生检测结果绘制的学生一次能做引体向上个数的频率分布直方图，所做引体向上个数的分组区间为  $[0, 5)$ ,  $[5, 10)$ ,  $[10, 15)$ ,  $[15, 20)$ ,  $[20, 25]$ 。

- (1) 求这 100 名学生中一次能做引体向上 5 个以下的人数，并完善频率分布直方图(即作出“引体向上个数为 0~5”所对应的矩形)；
- (2) 若男生一次能做引体向上 10 个或以上为及格，完成下面  $2 \times 2$  列联表，并判断能否有 99% 的把握认为该学校男生“引体向上是否及格”与“所在年级”有关？

	引体向上及格	引体向上不及格	总计
高三男生			50
高二男生		20	50
总计			100



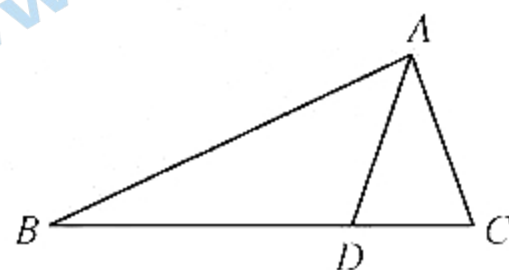
附： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ，其中  $n = a + b + c + d$ 。

$P(K^2 \geq k_0)$	0.100	0.050	0.010	0.001
$k_0$	2.706	3.841	6.635	10.828

18. (本小题满分 12 分)

如图，在  $\triangle ABC$  中，已知  $D$  是边  $BC$  上一点，且  $AD=3$ ,  $CD=2$ ,  $BD=5$ ,  $\cos C = \frac{1}{3}$ 。

- (1) 求  $\sin \angle BAC$ ；
- (2) 求  $\triangle ABC$  的面积。



19. (本小题满分 12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ，且  $2S_n - n^2 = n(2a_1 + a_2 - 3)$ 。

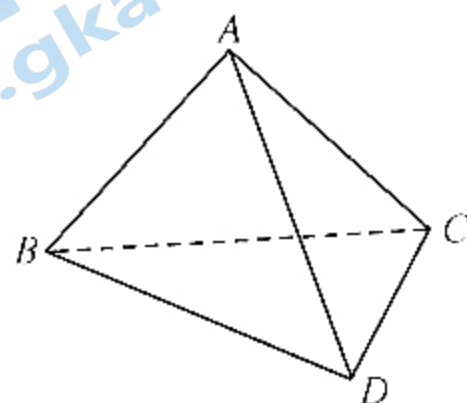
- (1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式；
- (2) 设  $c_n = \frac{a_{2n} - 113}{3^n}$ ，求数列  $\{c_n\}$  的最大项。

20. (本小题满分 12 分)

如图,在三棱锥  $A-BCD$  中,  $\angle BAC=90^\circ$ ,二面角  $A-BC-D$  为直二面角.

(1)若  $\angle BCD=90^\circ$ ,证明:平面  $ABD \perp$  平面  $ACD$ ;

(2)若  $\angle BCD=\angle BCA=45^\circ, BC=4$ ,二面角  $B-AD-C$  的余弦值为  $\frac{\sqrt{33}}{11}$ ,求  $CD$  的长.

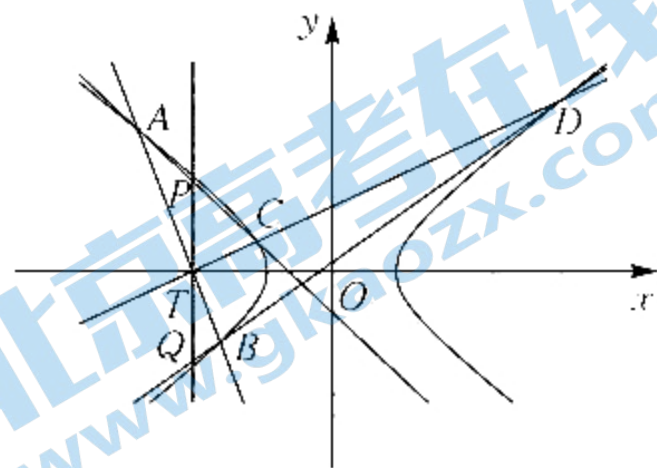


21. (本小题满分 12 分)

已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1(-\sqrt{6}, 0), F_2(\sqrt{6}, 0)$ ,且该双曲线过点  $P(2\sqrt{2}, \sqrt{2})$ .

(1)求  $C$  的方程;

(2)如图,过双曲线左支内一点  $T(t, 0)$  作两条互相垂直的直线分别与双曲线相交于点  $A, B$  和点  $C, D$ ,当直线  $AB, CD$  均不平行于坐标轴时,直线  $AC, BD$  分别与直线  $x=t$  相交于  $P, Q$  两点,证明:  
 $P, Q$  两点关于  $x$  轴对称.



22. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = 1 - \ln(ax), g(x) = \frac{a}{x} (a > 0)$ .

(1)求函数  $F(x) = f(x) - g(x)$  在  $(0, +\infty)$  上的极值;

(2)当  $a=1$  时,若直线  $l$  既是曲线  $y=f(x)$  又是曲线  $y=g(x)$  的切线,试判断  $l$  的条数.

## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号: bjgkzx

官方网站: [www.gaokzx.com](http://www.gaokzx.com)

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018