2023 北京一六六中高二（下）期中

数　　学

（时长：　120 分钟）

班级：____________　姓名：

考查目标
知识：排列组合、二项式定理，概率统计、导数、数列、解三角形， 解析几何、立体几何
能力：推理论证，运算，数据处理，空间想象，数学建模

第一部分（选择题 共 48 分）

一、选择题共 12 小题，每小题 4 分，共 48 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=2$，公差 $d=1$，则 $a_{10}=$

A. 9　　B. 10　　C. 11　　D. 12

2. 在 $(2x+1)^4$ 的展开式中，x^2 的系数为（　）

A. 6　　B. 12　　C. 24　　D. 36

3. 已知函数 $f(x)=\ln x-x$，则函数 $f(x)$ 的单调递增区间是（　　）

A $(-\infty,1)$　　B. $(0,1)$　　C. $(-\infty,0),(1,+\infty)$　　D. $(1,+\infty)$

4. 若随机变量 X 的分布列如下表，则 $P(X\geq 3)=$

X	1	2	3	4
P	$3x$	$6x$	$2x$	x

（A）$\frac{1}{4}$　　（B）$\frac{1}{3}$　　（C）$\frac{3}{4}$　　（D）$\frac{1}{12}$

5．为迎接 2022 年北京冬奥会的到来，某体育中心举办“激情冰雪，相约冬奥”主题展览体验活动，共有短道速滑、速度滑冰、花样滑冰、冰球、冰壶 5 个活动项目，每人限报 1 个项目．有 3 位同学准备参加该活动，则不同的体验方案的种数为

(A) 5^3　　(B) 3^5　　(C) C_5^3　　(D) A_5^3

6. 在一段时间内，甲去博物馆的概率为 0.8，乙去博物馆的概率为 0.7，且甲乙两人各自行动．则在这段时间内，甲乙两人至少有一个去博物馆的概率是

（A）0.56　　（B）0.24　　（C）0.94　　（D）0.84

7. 若函数$f(x)=x^3-3x+2$的零点的个数是

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

8. 某人射击一次击中的概率是0.6，经过3次射击，此人至少有两次击中目标的概率为（　）

A. $\frac{81}{125}$　　B. $\frac{54}{125}$　　C. $\frac{36}{125}$　　D. $\frac{27}{125}$

9. 函数 $f(x)=-\frac{1}{2}x^2+b\ln(x+2)$ 在区间（-1，$+\infty$）上是减函数，则实数 b 的取值范围是

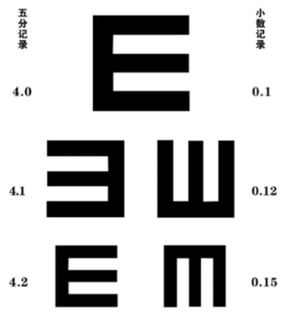
A. （$-\infty$，-1]　B. [-1，$+\infty$）　C. （$-\infty$，-1）　D. （-1，$+\infty$）

10．学校准备在周二上午第 1、2、3、4 节举行化学、生物、政治、地理共 4 科选考科目讲座，要求生物不能排在第 1 节，政治不能排在第 4 节，则不同的安排方案的种数为

(A) 12　　(B) 14　　(C) 20　　(D) 24

11. 如图是标准对数远视力表的一部分．最左边一列“五分记录”为标准对数视力记录，这组数据从上至下为等差数列，公差为0.1；最右边一列“小数记录”为国际标准视力记录的近似值，这组数据从上至下为等比数列，公比为$\sqrt[10]{10}$．已知标准对数视力5.0对应的国际标准视力准确值为1.0，则标准对数视力4.8对应的国际标准视力精确到小数点后两位约为（　）

标准对数视力表



（参考数据：$\sqrt[5]{10}\approx1.58,\sqrt[10]{10}\approx1.26$）

A. 0.57　　B. 0.59　　C. 0.61　　D. 0.63

12．设函数 $f(x)=(x-1)e^x$．若关于 x 的不等式 $f(x)<ax-1$ 有且仅有一个整数解，则正数 a 的取值范围是

（A）$(0,e]$　　（B）$(0,e^2]$　　（C）$\left(1,\frac{e^2}{2}\right]$　　（D）$\left(1,\frac{e^2+1}{2}\right]$

第二部分（非选择题　共 102 分）

二、填空题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分。

13. 数列$\{a_n\}$是公比为 2 的等比数列，其前 n 项和为S_n．若$a_2=\frac{1}{2}$，则a_n=_______；S_5=_______

14. 已知函数 $f(x)=\frac{1}{x}$，则 $\lim\limits_{\Delta x\to0}\frac{f(2+\Delta x)-f(2)}{\Delta x}=$____________.

15. 等差数列$\{a_n\}$中，公差$d<0$，$a_3+a_9=0$，则当前 n 项和 S_n 最大时，$n=$_________

16. 设$(x-1)^{21}=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{21}x^{21}$，则$a_0=$__________；$a_{10}+a_{11}=$__________.

17. 已知某电脑卖家只卖甲、乙两个品牌的电脑，其中甲品牌的电脑占70%，甲品牌的电脑中，优质率为80%；乙品牌的电脑中，优质率为90%，从该电脑卖家中随机购买一台电脑：（1）则买到优质电脑的概率为___________，（2）若已知买到的是优质电脑，则买到的是甲品牌电脑的概率为___________（精确到0.1%）

18. 在ΔABC中，A_1，B_1分别是边BA，CB的中点，A_2，B_2分别是线段A_1A，B_1B的中点，…，A_n，B_n分别是线段$A_{n-1}A$，$B_{n-1}B$($n\in N^*$，$n>1$)的中点，设数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$满足：向量$\overrightarrow{B_nA_n}=a_n\overrightarrow{CA}+b_n\overrightarrow{CB}(n\in N^*)$，有下列四个命题：

①数列$\{a_n\}$是单调递增数列，数列$\{b_n\}$是单调递减数列；

②数列$\{a_n+b_n\}$是等比数列；

③数列$\left\{\frac{b_n}{a_n}\right\}$有最小值，无最大值；

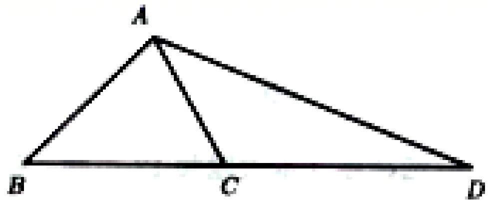
④若ΔABC中，$C=90°$，$CA=CB$，则$|\overrightarrow{B_nA_n}|$最小时，$a_n+b_n=\frac{1}{2}$

三、解答题共6小题，共78分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

19.如图，在锐角△ABC中，$B=\frac{\pi}{4}$，$AB=3\sqrt{6}$，$AC=6$，点D在BC边的延长线上，且$CD=10$.

（Ⅰ）求$\angle ACB$；

（Ⅱ）求△ACD的周长.



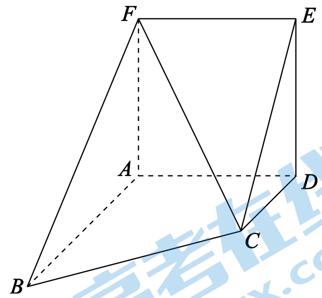
20. 如图，四边形$ABCD$为梯形，$AB// CD$，四边形$ADEF$为平行四边形.

（Ⅰ）求证：$CE//$平面ABF；

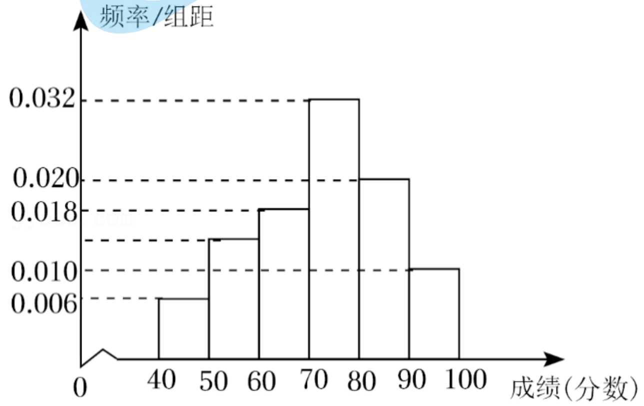
（Ⅱ）若$AB\perp$平面$ADEF$，$AF\perp AD$，$AF=AD=CD=1$，$AB=2$，求：

（ⅰ）直线AB与平面BCF所成角的正弦值；

（ⅱ）点D到平面BCF的距离.



21．某学校在寒假期间安排了“垃圾分类知识普及实践活动”．为了解学生的学习成果，该校从全校学生中随机抽取了50名学生作为样本进行测试，记录他们的成绩，测试卷满分100分，将数据分成6组：[40，50)，[50，60)，[60，70)，[70，80)，[80，90)，[90，100]，并整理得到如下频率分布直方图：



（Ⅰ）若全校学生参加同样的测试，试估计全校学生的平均成绩（每组成绩用中间值代替）；

（Ⅱ）在样本中，从其成绩在 80 分及以上的学生中随机抽取 3 人，用 X 表示其成绩在[90， 100] 中的人数，求 X 的分布列及数学期望；

（Ⅲ）在（Ⅱ）抽取的 3 人中，用 Y 表示其成绩在[80， 90) 的人数，试判断方差 $D(X)$ 与 $D(Y)$ 的大小.（直接写结果）

22.设 F_1， F_2 分别为椭圆 $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点，点 $P(1,\dfrac{3}{2})$ 在椭圆 E 上，且点 P 和 F_1 关于点 $C(0,\dfrac{3}{4})$ 对称.

（Ⅰ）求椭圆 E 的方程；

（Ⅱ）过右焦点 F_2 的直线 l 与椭圆相交于 A， B 两点，过点 P 且平行于 AB 的直线与椭圆交于另一点 Q，问是否存在直线 l，使得四边形 $PABQ$ 的对角线互相平分？若存在，求出 l 的方程；若不存在，说明理由.

23. 已知函数 $f(x)=x^2-2ax+4(a-1)\ln(x+1)$.

（Ⅰ）当 $a=1$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在(2,f(2))处的切线方程；

（Ⅱ）若 a=0, 求函数 $f(x)$ 的极值点.

（Ⅲ）若 $f(x)\le 0$ 在区间 $[0,1]$ 上恒成立，求 a 的取值范围.

24. 若数列 $A_n=a_1,a_2,...,a_n(n\ge 2)$ 满足 $|a_{k+1}-a_k|=1(k=1,2,...,n-1)$，数列 A_n 为 E 数列，记 $S(A_n)$ $=a_1+a_2+...+a_n$.

（Ⅰ）写出一个满足 $a_1=a_s=0$，且 $S(A_s)$>0 的 E 数列 A_n；

（Ⅱ）若 $a_1=12$，n=2000，证明：E 数列 A_n 是递增数列的充要条件是 a_n =2011；

（Ⅲ）对任意给定的整数 n（n≥2），是否存在首项为 0 的 E 数列 A_n，使得 $S(A_n)$=0？如果存在，写出一个满足条件的 E 数列 A_n；如果不存在，说明理由。

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 ‘’ 精益求精、专业严谨 ‘’ 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。