

高一数学 期中测试卷

试卷分为两卷，卷（I）100 分，卷（II）50 分，满分共计 150 分

考试时间：120 分钟

卷（I）

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一个选项正确。）

1. 设集合 $M = \{-1, 0, 1\}$, $N = \{x | x^2 = x\}$, 则 $M \cap N =$

- (A) $\{-1, 0, 1\}$ (B) $\{0, 1\}$ (C) $\{1\}$ (D) $\{0\}$

2. 设命题 $p: \exists x \in \mathbf{N}, n^2 > 3n + 6$, 则 p 的否定为

- (A) $\exists x \in \mathbf{N}, n^2 \leq 3n + 6$ (B) $\forall x \in \mathbf{N}, n^2 \leq 3n + 6$

- (C) $\forall x \in \mathbf{N}, n^2 > 3n + 6$ (D) $\forall x \in \mathbf{N}, n^2 < 3n + 6$

3. 在下面四个等式运算中，正确的是

(A) $3a^{-2} = \frac{1}{3a^2}$

(B) $a^{\frac{2}{3}} \div a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$

(C) $2^{\frac{3}{4}} = \sqrt[3]{2^4}$

(D) $\sqrt[6]{(-8)^6} = -8$

4. 若函数 $f(x) = x^2 + 2(a-1)x + 2$ 在区间 $(-\infty, 4)$ 上是减函数，那么实数 a 的取值范围是

- (A) $a \leq -3$ (B) $a \geq -3$ (C) $a \leq 5$ (D) $a \geq 3$

5. 若 $f(1-x) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$, 则 $f(0) =$

- (A) 0 (B) $\frac{1}{2}$ (C) 1 (D) -1

6. 函数 $f(x) = \begin{cases} x+2, & x \leq -1, \\ x^2, & -1 < x < 2, \\ 2x, & x \geq 2. \end{cases}$ 若 $f(x) = 3$, 则 x 的值是

- (A) $\pm\sqrt{3}$ (B) 1 或 $\frac{3}{2}$ (C) 1 或 $\pm\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{3}$

7. 设 a, b 为非零实数, 若 $a < b$, 则下列不等式成立的是

- (A) $a^2 < b^2$ (B) $ab^2 < a^2b$ (C) $\frac{1}{ab^2} < \frac{1}{a^2b}$ (D) $\frac{b}{a} < \frac{a}{b}$

8. 已知函数 $f(x)$ 是 \mathbb{R} 上的偶函数, 当 $x \geq 0$ 时 $f(x) = x - 1$, 则不等式 $xf(x) < 0$ 的解集是

- (A) $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$ (B) $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$
(C) $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ (D) $(-1, 1)$

9. 若 $a > 0, b > 0$, 则 “ $ab \geq 1$ ” 是 “ $a + b \geq 2$ ” 的

- (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

10. 若一系列函数的解析式相同、值域相同, 但定义域不同, 则称这些函数为 “同族函数”. 则函数解析式为 $f(x) = x^2 + 1$, 值域为 $\{1, 3\}$ 的同族函数有

- (A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。)

11. 计算: $27^{-\frac{2}{3}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 不等式 $2x^2 - x \leq 0$ 的解集为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 已知函数 $f(x) = ax^2 + bx$ ($ab \neq 0$), 若 $f(x_1) = f(x_2)$, 且 $x_1 \neq x_2$, 则

$f(x_1 + x_2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 设全集为 S , 集合 $A, B \subseteq S$, 有下列四个命题:

① $A \cup B = B$;

② $\complement_S B \subseteq \complement_S A$;

③ $(\complement_S B) \cap A = \emptyset$;

④ $(\complement_S A) \cap B = \emptyset$.

其中是命题 $A \subseteq B$ 的充要条件的命题序号是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题（本大题共 3 小题，共 40 分。）

15.（本小题满分 13 分）

已知集合 $A = \{x \in \mathbf{R} \mid x^2 - 4 < 0\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} \mid |x - 1| \leq 3\}$, 求: $A \cap B$, $A \cup B$, $\complement_{\mathbf{R}} B$.

16.（本小题满分 13 分）

已知函数 $f(x) = 4x + \frac{1}{x}$.

(I) 应用函数单调性的定义证明: 函数 $f(x)$ 在区间 $[\frac{1}{2}, +\infty)$ 上单调递增;

(II) 求 $f(x)$ 在区间 $[1, 3]$ 上的最大值与最小值.

注: 证明 (I) 只能用函数单调性定义证明, 用其他方法证明记 0 分.

17.（本小题满分 14 分）

近年来, 某企业每年消耗电费约 24 万元, 为了节能减排, 决定安装一个可使用 15 年的太阳能供电设备接入本企业电网, 安装这种供电设备的工本费 (单位: 万元) 与太阳能电池板的面积 (单位: 平方米) 成正比, 比例系数约为 0.5. 为了保证正常用电, 安装后采用太阳能和电能互补供电的模式. 假设在此模式下, 安装后该企业每年消耗的电费 C (单位: 万元) 与安装的这种太阳能电池板的面积 x (单位: 平方米) 之间的函数关系是 $C(x) = \frac{k}{20x+100}$ ($x \geq 0$, k 为常数). 记 F 为该村安装这种太阳能供电设备的费用与该村 15 年共将消耗的电费之和.

(I) 试解释 $C(0)$ 的实际意义, 并建立 F 关于 x 的函数关系式;

(II) 当 x 为多少平方米时, F 取得最小值? 最小值是多少万元?

高一数学 期中测试卷

卷 (II)

一、选择题 (本大题共 3 小题, 每小题 4 分, 共 12 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一个选项正确。)

1. 函数 $f(x) = \frac{1}{1-x(1-x)}$ 的最大值是

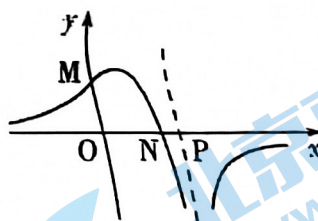
- (A) $\frac{4}{5}$ (B) $\frac{5}{4}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{4}{3}$

2. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 6, & x \geq 0, \\ x + 6, & x < 0, \end{cases}$ 则不等式 $f(x) > f(1)$ 的解集是

- (A) $(-\infty, -3) \cup (1, 3)$ (B) $(-3, 1) \cup (3, +\infty)$
(C) $(-1, 1) \cup (3, +\infty)$ (D) $(-3, 1) \cup (2, +\infty)$

3. 函数 $f(x) = \frac{ax+b}{(x+c)^2}$ 的图象如图所示, 则下列结论成立的是

- (A) $a > 0, b > 0, c < 0$
(B) $a < 0, b > 0, c > 0$
(C) $a < 0, b > 0, c < 0$
(D) $a < 0, b < 0, c < 0$



二、填空题 (本大题共 3 小题, 每小题 4 分, 共 12 分。)

4. 函数 $y = \frac{\sqrt{-x^2 - 3x + 4}}{x}$ 的定义域为_____.

5. 若二次函数 $f(x)$ 的图像关于直线 $x=2$ 对称, 且 $f(a) \leq f(0) < f(1)$, 则实数 a 的取值范围是_____.

6. 对实数 a 和 b , 定义运算 “ \otimes ”: $a \otimes b = \begin{cases} a, & a - b \leq 1, \\ b, & a - b > 1. \end{cases}$

设函数 $f(x) = (x^2 - 2) \otimes (x - 1)$, $x \in \mathbf{R}$. 若函数 $y = f(x) - c$ 恰有两个零点, 则实数 c 的取值范围是_____.

三、解答题（本大题共 2 小题，共 26 分。）

7.（本小题满分 13 分）

已知函数 $f(x) = x^2 + (2+a)x + b$ ，其中 $a, b \in \mathbb{R}$ 。(I) 当 $a=1, b=-4$ 时，求函数 $f(x)$ 的零点；(II) 当 $b=2a$ 时，解关于 x 的不等式 $f(x) \leq 0$ ；(III) 如果 $f(x) > 2x+2$ 对任意实数 x 恒成立，证明： $b > 2$ 。

8.（本小题满分 13 分）

已知集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ， $a_i \in \mathbb{R}$ ， $i=1, 2, \dots, n$ 并且 $n \geq 2$ 。定义 $T(A) = \sum_{1 \leq i < j \leq n} |a_j - a_i|$ （例如 $\sum_{1 \leq i < j \leq 3} |a_j - a_i| = |a_2 - a_1| + |a_3 - a_1| + |a_3 - a_2|$ ）。(I) 若集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ， $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，集合 A 的子集 N 满足： $N \neq M$ ，且 $T(M) = T(N)$ ，求出一个符合条件的 N ；(II) 对于任意给定的常数 C 以及给定的集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ，求证：存在集合 $B = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ ，使得 $T(B) = T(A)$ ，且 $C = b_1 + b_2 + \dots + b_n$ ；(III) 若集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_{2m}\}$ 满足： $a_i < a_{i+1}$ ， $i=1, 2, \dots, 2m-1$ ， $m \geq 2$ ， $a_1 = a$ ， $a_{2m} = b$ ，其中实数 a, b 为给定的常数，求 $T(A)$ 的取值范围。