

2018 北京理工附中高二（上）期中

数 学

命题人：高二数学备课组 审题人：李洁 审核人：李波 考试时间：90 分钟

一、选择题：（每小题 4 分，共 32 分）在每小题的 4 个选项中只有 1 项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x > 2\}$, $B = \{x | (x-1)(x-3) < 0\}$, 则 $A \cap B =$

A. $\{x | x > 1\}$ B. $\{x | 2 < x < 3\}$ C. $\{x | 1 < x < 3\}$ D. $\{x | x > 2 \text{ 或 } x < 1\}$

2. 数列 $\{a_n\}$ 中, $a_{n+1} = \frac{3a_n + 2}{3}$ ($n \in \mathbb{N}$), 且 $a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 20$, 那么 a_{10} 等于

A. 8 B. 5 C. $\frac{26}{3}$ D. 7

3. 已知命题 $p: \forall x \in \mathbb{R}, \sin x \leq 1$, 则

A. $\neg p: \forall x \in \mathbb{R}, \sin x \geq 1$ C. $\neg p: \forall x \in \mathbb{R}, \sin x > 1$

B. $\neg p: \exists x_0 \in \mathbb{R}, \sin x_0 \geq 1$ D. $\neg p: \exists x_0 \in \mathbb{R}, \sin x_0 > 1$

4. 设 $\{a_n\}$ 是公比为 q 的等比数列, 则 " $q > 1$ " 是 " $\{a_n\}$ 为递增数列" 的

A. 充分且不必要条件 B. 必要且不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

5. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 为递增数列, S_n 是其前 n 项和. 若 $a_1 + a_2 = \frac{17}{2}$, $a_2 a_4 = 4$. 则 $S_5 =$

A. $\frac{27}{16}$ B. $\frac{27}{8}$ C. $\frac{63}{4}$ D. $\frac{63}{2}$

6. 若公差不为零的等差数列的第二、三、六项构成等比数列, 则其公比为

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

7. 如果 $a > b > 1$, $A = \sqrt{|ga|gb}$, $B = \frac{1}{2}(1ga+1gb)$, $C = 1g\frac{a+b}{2}$, 那么

A. $C < A < B$ B. $A < B < C$ C. $B < A < C$ D. $A < C < B$

8. 已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ ($n \in \mathbb{N}^*$) 的前 n 项和, 且 $S_2 > S_6 > S_4$. 以下有四个命题:

① 数列 $\{S_n\}$ 中的最大项为 S_{10} ② 数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d < 0$

③ $S_{10} > 0$ ④ $S_5 < 0$

A. ②③ B. ②③④ C. ②④ D. ①③④

二、填空题：（每小题 4 分，共 24 分）

9. “ $a > b$ ” 是 “ $a^2 > b^2$ ” 的 _____ 条件（从“充分不必要”、“必要不充分”、“充要”、“既不充分也不必要”中选一个填空）

10. “嫦娥奔月，举国欢庆”。据科学家计算，运载“神六”的“长征二号”系列火箭，在点火第一秒钟通过的路程为 24km，以后每秒钟通过的路程都增加 2km，在达到离地面 240km 的高度时，火箭与飞船分离，则这一过程大约需要的时间是 _____。

11. 数列 $\{a_n\}$ 中, 如果 $a_{n+1} = \frac{1}{2} a_n$ ($n \geq 1$), 且 $a_1 = 2$, 那么该数列的第五项 $a_5 =$ _____; 前 5 项和 $S_5 =$ _____

12. 已知命题 $p: \exists x \in \mathbb{R}, x_2 + ax + a < 0$. 若 $\neg p$ 是真命题, 则实数 a 取值范围是 _____

13. 函数 $y = a^{4-x}$ ($a > 0, a \neq 1$) 的图像恒过定点, 若点 A 在直线 $mx + ny - 1 = 0$ ($mn > 0$) 上, 则 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ 的最小值是 _____.

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1, n \text{ 为奇数} \\ -2a_n, n \text{ 为偶数} \end{cases}$, 且 $a_1 = 1$, 则 $a_3 - a_1 =$ _____; 若设 $b_n = a_{2n+2} - a_{2n}$, 则数列 $\{b_n\}$ 的通项公式为 _____.

三、解答题: (共四道大题, 满分 44 分)

15. (本小题满分 10 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 3n^2$, 等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $a^2 = 3b_1, b_2 b_4 = 2$

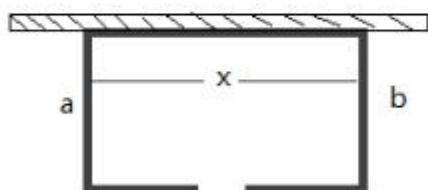
(1) 求数列 $\{a_n\}$ 得通项公式

(2) 求数列 $\{b_{2n-1}\}$ 得前 n 项和 T_n

16. (本小题满分 10 分) 围建一个面积为 360m^2 的矩形场地, 要求矩形场地的一面利用旧墙 (利用旧墙需维修), 其他三面围墙要新建, 在旧墙的对面的新墙要留一个宽度为 2m 的进出口, 已知旧墙的维修费用为 45 元/ m , 新墙造价为 180 元/ m , 设利用的旧墙的长度为 x (单位: m), 修建此矩形地围墙的总费用为 y (单位: 元).

(1) 将 y 表示为 x 的函数

(2) 试确定 x , 使修建此矩形地围墙的总费用最小, 并求出最小总费用.



17. (本小题满分 12 分) 已知数列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{30}$, 其中 a_1, a_2, \dots, a_{10} 是首项为 1, 公差为 1 的等差数列, $a_{10}, a_{11}, \dots, a_{20}$ 是公差为 d 的等差数列, $a_{20}, a_{21}, \dots, a_{30}$ 是公差为 d^2 的等差数列 ($d \neq 0$)

(1) 若 $a_{20} = 40$, 求 d

(2) 试写出 a_{30} 关于 d 的关系式, 并求 a_{30} 的取值范围

(3) 续写已知数列, 使得 $a_{30}, a_{31}, \dots, a_{40}$ 是公差为 d^3 的等差数列, ..., 以此类推, 把已知数列推广为无穷数列. 提出同 (2) 类似的问题 [(2) 应当作为特例], 并进行研究, 你能得到什么结论?

18. (本小题满分 12 分) 如果数列 $\{a_n\}$ 满足“对任意正整数 $i, j, i \neq j$, 都存在正整数 K , 使得 $a_i = a_j^K$ ”, 则称数列 $\{a_n\}$ 具有“性质 P”. 已知数列 $\{a_n\}$ 是无穷项的等差数列, 公差为 d .

(1) 若 $a_2 = 2$, 公差 $d = 3$, 判断数列 $\{a_n\}$ 是否具有“性质 P”, 并说明理由.

(2) 若数列 $\{a_n\}$ 具有“性质 P”, 求证 $a_1 \geq 0$ 且 $d \geq 0$.

北京高考在线是长期为中学老师、家长和考生提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划以及实用的升学讲座活动等全方位服务的升学服务平台。自 2014 年成立以来一直致力于服务北京考生，助力千万学子，圆梦高考。

目前，北京高考在线拥有旗下拥有北京高考在线网站和北京高考资讯微信公众号两大媒体矩阵，关注用户超 10 万+。

北京高考在线_2018 年北京高考门户网站

<http://www.gaokzx.com/>

北京高考资讯微信：bj-gaokao

北京高考资讯

关于我们

北京高考资讯隶属于太星网络旗下，北京地区高考领域极具影响力的升学服务平台。

北京高考资讯团队一直致力于提供最专业、最权威、最及时、最全面的高考政策和资讯。期待与更多中学达成更广泛的合作和联系。

长按二维码 识别关注



微信公众号：bj-gaokao

官方网址：www.gaokzx.com

咨询热线：010-5751 5980