高三数学试卷(理科)

考生注意:

1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,共150分.考试时间120分钟.
2. 请将各题答案填写在答题卡上.
3. 本试卷主要考试内容:集合与常用逻辑用语,函数与导数,三角函数与解三角形.

第Ⅰ卷

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 命题 p: $\forall x\in(1,+\infty)$, $2^x>3$, 则 $\neg p$ 是

A. $\forall x\in(1,+\infty)$, $2^x\leqslant 3$　　B. $\forall x\in(-\infty,1]$, $2^x\leqslant 3$

C. $\exists x_0\in(1,+\infty)$, $2^{x_0}\leqslant 3$　　D. $\exists x_0\in(-\infty,1]$, $2^{x_0}\leqslant 3$

2. 已知集合 $M=\{x\mid y=\lg(2x-x^2)\}$, $N=\{y\mid y=2x-x^2\}$, 则 $M\cap N=$

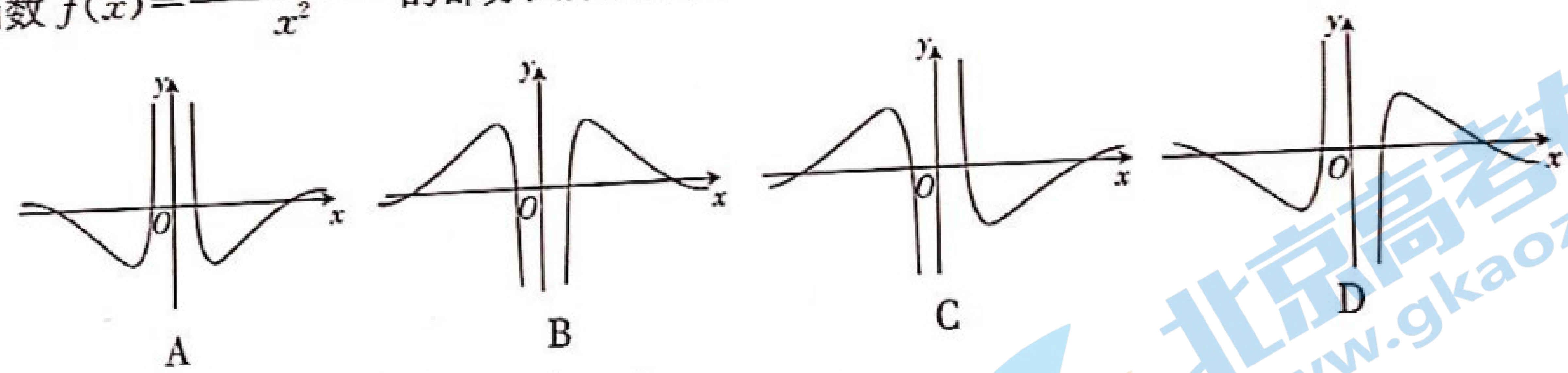
A. $\{x\mid 0<x\leqslant 1\}$　　B. $\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 1\}$

C. $\{x\mid 0<x<2\}$　　D. $\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 2\}$

3. 已知 $a=\log_{0.6}0.4$, $b=\log_{0.4}0.6$, $c=2^{1.1}$, 则

A. $a<b<c$　　B. $b<a<c$　　C. $a<c<b$　　D. $b<c<a$

4. 函数 $f(x)=\dfrac{2\sin|x|-1}{x^2}$ 的部分图象大致是



5. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\log_3(x+6), x>-1,\\ f(x+4), x\leqslant -1,\end{cases}$ 则 $f(-5)=$

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

6. 已知 $\sin 2\alpha=\cos\alpha$, $\alpha\neq\dfrac{k\pi}{2}$, $k\in\mathbf{Z}$, 则 $\cos 2\alpha=$

A. $\dfrac{3}{4}$　　B. $-\dfrac{3}{4}$　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. $-\dfrac{1}{2}$

7. 若曲线 $y=\sin(4x+\varphi)(0<\varphi<2\pi)$ 关于点 $(\dfrac{\pi}{12},0)$ 对称, 则 $\varphi=$

A. $\dfrac{2\pi}{3}$ 或 $\dfrac{5\pi}{3}$　　B. $\dfrac{\pi}{3}$ 或 $\dfrac{4\pi}{3}$　　C. $\dfrac{5\pi}{6}$ 或 $\dfrac{11\pi}{6}$　　D. $\dfrac{\pi}{6}$ 或 $\dfrac{7\pi}{6}$

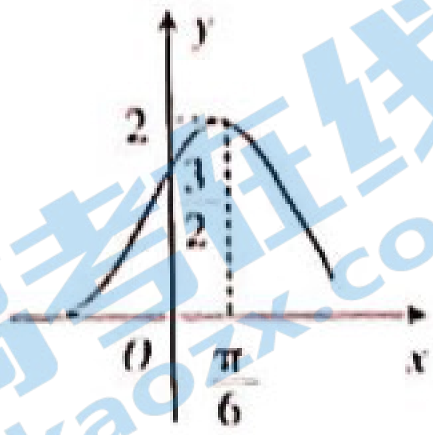
8. “$a<-1$”是“$\exists x_0\in\mathbf{R}$, $a\sin x_0+1<0$”的

A. 充要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分不必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

北京高考在线 www.gkaozx.com

9. 函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)+1(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$ 的部分图象如图所示，将 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度后得函数 $g(x)$ 的图象，则 $g(x)=$



A. $\sin(2x+\frac{2\pi}{3})$ B. $\sin(2x-\frac{\pi}{3})$

C. $\sin(2x+\frac{\pi}{3})+1$ D. $\sin(2x-\frac{\pi}{3})+1$

10. 函数 $f(x)=x^{2019}+a-1-3\sin x$ 是 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，则 $f(x)$ 的零点的个数为

A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

11. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}|2x-8|+4, x>0,\\ x^3+7, x\leqslant 0.\end{cases}$ 若函数 $g(x)=f(x^2+2x-1)-a$ 有 6 个不同的零点，则 a 的取值范围是

A. $(4,7]$ B. $(-1,7]$ C. $(4,8)$ D. $(-1,8)$

12. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $e^{4(x+1)}f(x+2)=f(-x)$，且对任意的 $x\geqslant 1$ 都有 $f'(x)+2f(x)>0$（其中 $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导数），则下列一定判断正确的是

A. $e^4f(2)>f(0)$ B. $e^2f(3)<f(2)$

C. $e^6f(3)<f(-1)$ D. $e^{10}f(3)<f(-2)$

第Ⅱ卷

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 将答案填在答题卡中的横线上.

13. 已知函数 $f(x)=3x^3-mx$ 是定义在 $[-2m,m+1]$ 上的奇函数，则 $f(m)=$ ▲ .

14. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，$B=\frac{\pi}{4}$，$C=\frac{\pi}{3}$，$c=3\sqrt{2}$，则 $a=$ ▲ .

15. 已知 α 为第二象限角，则 $\cos\alpha\sqrt{\frac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}}+\sin^2\alpha\sqrt{1+\frac{1}{\tan^2\alpha}}=$ ▲ .

16. 已知直线 $y=kx+b$ 是曲线 $y=e^x$ 的一条切线，则 $k+b$ 的取值范围是 ▲ .

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（10 分）

设 $M=\{x|x^2+5x-6=0\}$，$N=\{x|x^2-kx-k^2+19=0\}$，$P=\{x|x^2+2x-3=0\}$.

(1)若 $M\cup N=M\cap N$，求实数 k 的值；

(2)若 $\varnothing\subsetneqq(M\cap N)$，且 $N\cap P=\varnothing$，求实数 k 的值；

(3)若 $M\cap N=N\cap P\neq\varnothing$，求实数 k 的值.

18.（12 分）

已知函数 $f(x)=|\log_a x|(a>1)$. 关于 x 的不等式 $f(x)<1$ 的解集为 (m,n)，且 $n+m=\frac{10}{3}$.

(1)求 a 的值.

(2)是否存在实数 λ，使函数 $g(x)=[f(x)]^2-\lambda f(x^2)+3, x\in[\frac{1}{3},9]$ 的最小值为 $\frac{3}{4}$？若存在，求出 λ 的值；若不存在，说明理由.

19.（12 分）

已知函数 $f(x)=\sin^2(x-\frac{\pi}{4})$.

(1)若 $f(\frac{\alpha}{2})=\frac{1}{6}$，$\tan\beta=\sqrt{5}$，$\alpha\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$，求 $\tan(2\alpha+\beta)$ 的值；

(2)若动直线 $x=t(t\in[0,\pi])$ 与函数 $f(x)$ 和函数 $g(x)=\sqrt{3}\sin(\frac{\pi}{4}+x)\cos(\frac{\pi}{4}+x)$ 的图象分别交于 P,Q 两点，求线段 PQ 长度的最大值，并求出此时 t 的值.

20.（12 分）

在△ABC 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，$a^2+b^2-c^2=2a(2a-c)\cos B$，$b=\sqrt{3}$.

(1)若 $c=2$，求△ABC 的周长；

(2)若△ABC 为锐角三角形，求 $a-c$ 的取值范围.

21.（12 分）

设 $a\in\mathbf{R}$，命题 p：函数 $y=\log_a(x^3-ax)(a>0,a\neq1)$ 在区间 $(-\frac{1}{2},0)$ 内单调递增，q：函数 $f(x)=\frac{1}{4}x^4+\frac{4a}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+1$ 仅在 $x=0$ 处有极值.

(1)若命题 q 是真命题，求 a 的取值范围；

(2)若命题 $p\vee(\neg q)$ 是真命题，求 a 的取值范围.

22.（12 分）

已知函数 $f(x)=\ln(x+1)-x$.

(1)求 $f(x)$ 的单调区间与最值；

(2)证明：函数 $g(x)=x(e^x-\ln x-x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是增函数.

密 封 线 内 不 要 答 题

高三数学试卷参考答案(理科)

1. C　全称命题的否定是特称命题.

2. A　因为 $M=\{x\mid y=\lg(2x-x^2)\}=\{x\mid 0<x<2\}$, $N=\{y\mid y=2x-x^2\}=\{y\mid y\leqslant 1\}$,
所以 $M\cap N=\{x\mid 0<x\leqslant 1\}$.

3. B　因为 $\log_{0.4}0.6<\log_{0.4}0.4=1=\log_{0.6}0.6<\log_{0.6}0.4<\log_{0.6}0.36=2<2^{1.1}$,所以 $b<a<c$.

4. B　因为 $f(-x)=f(x)$,所以 $f(x)$是偶函数,其图象关于 y 轴对称,排除 C,D;当 $0<x<\frac{\pi}{6}$ 时,$f(x)<0$,排除 A.

5. A　由题意得 $f(-5)=f(-1)=f(3)=\log_3(3+6)=2$.

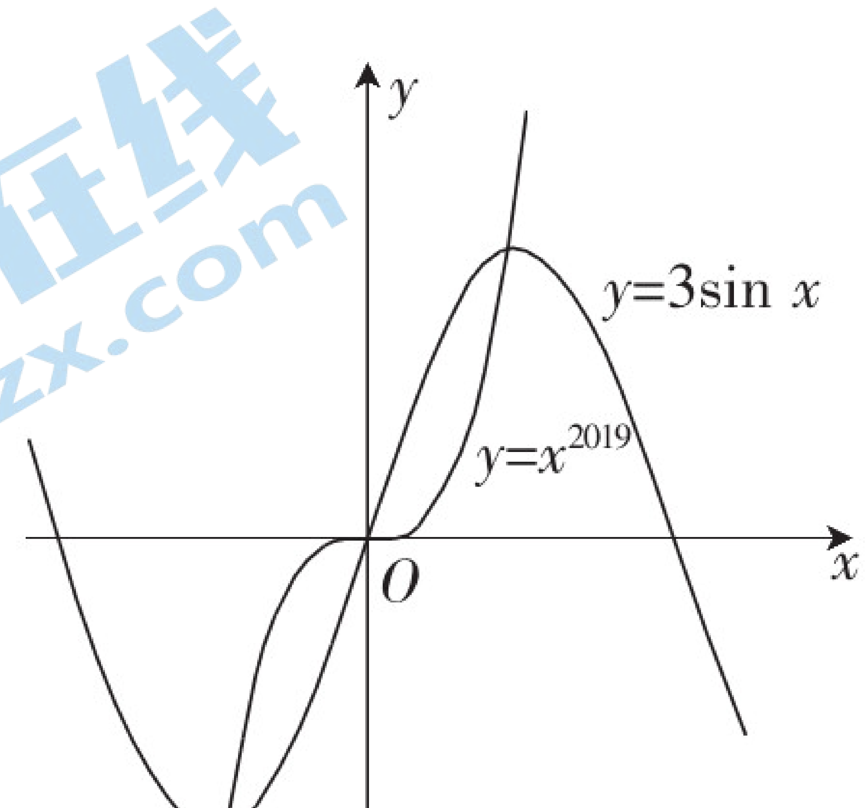
6. C　由 $\sin 2\alpha=\cos\alpha$,则 $2\sin\alpha\cos\alpha=\cos\alpha$,因为 $\alpha\neq\frac{k\pi}{2}$,$k\in\mathbf{Z}$,故 $\sin\alpha=\frac{1}{2}$,所以 $\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha=\frac{1}{2}$.

7. A　因为曲线 $y=\sin(4x+\varphi)(0<\varphi<2\pi)$关于点$(\frac{\pi}{12},0)$对称,所以 $4\times\frac{\pi}{12}+\varphi=k\pi(k\in\mathbf{Z})$,又 $0<\varphi<2\pi$,所以 $\varphi=\frac{2\pi}{3}$或$\frac{5\pi}{3}$.

8. C　必要性:设 $f(x)=a\sin x+1$,当 $a>0$ 时,$f(x)\in[1-a,1+a]$,所以 $1-a<0$,即 $a>1$;
当 $a<0$ 时,$f(x)\in[1+a,1-a]$,所以 $1+a<0$,即 $a<-1$. 故 $a>1$ 或 $a<-1$.
充分性:取 $x_0=\frac{\pi}{2}$,当 $a<-1$ 时,$a\sin x_0+1<0$ 成立.

9. D　由函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)+1(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$的部分图象知 $1+\sin\varphi=\frac{3}{2}$,即 $\sin\varphi=\frac{1}{2}$. 因为$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$,所以 $\varphi=\frac{\pi}{6}$,所以 $f(x)=\sin(\omega x+\frac{\pi}{6})+1$. 因为点$(\frac{\pi}{6},2)$在 $f(x)$的图象上,所以 $\sin(\frac{\pi}{6}\omega+\frac{\pi}{6})=1$,所以 $\frac{\pi}{6}\omega+\frac{\pi}{6}=2k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$. 因为 $\omega>0$,结合图象可知,$\omega=2$,所以 $f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{6})+1$,将 $f(x)$的图象向右平移$\frac{\pi}{4}$个单位长度后得到函数 $g(x)$的图象,则 $g(x)=\sin[2(x-\frac{\pi}{4})+\frac{\pi}{6}]+1=\sin(2x-\frac{\pi}{3})+1$.

10. B　因为函数 $f(x)=x^{2019}+a-1-3\sin x$ 是 $\mathbf{R}$ 上的奇函数,所以 $f(0)=a-1=0$,即 $a=1$,所以 $f(x)=x^{2019}-3\sin x$,结合函数 $y=x^{2019}$ 与 $y=3\sin x$ 的图象,如图所示,$f(x)$的零点的个数为 3.



11. A　当 $x^2+2x-1>0$ 时,$f(x^2+2x-1)=|2x^2+4x-10|+4\geqslant 4$,则当 $4<a<8$ 时,$g(x)$有 4 个不同的零点,当 $a=4$ 或 $a\geqslant 8$ 时,$g(x)$有 2 个不同的零点. 当 $a<4$ 时,$g(x)$没有零点. 当 $x^2+2x-1\leqslant 0$ 时,$f(x^2+2x-1)=(x^2+2x-1)^3+7=a$,设 $t=x^2+2x-1$,则$-2\leqslant t\leqslant 0$,$-8\leqslant t^3\leqslant 0$,因为 $t^3=a-7$,所以当 $a>7$ 或 $a<-1$ 时,$g(x)$没有零点,当 $a=-1$ 时,$g(x)$有 1 个零点,当$-1<a\leqslant 7$ 时,$g(x)$有 2 个不同的零点. 因为

$g(x)$有6个不同的零点,所以$4<a\leqslant 7$.

12. D　设$F(x)=e^{2x}f(x)$,则$F'(x)=2e^{2x}f(x)+e^{2x}f'(x)=e^{2x}[2f(x)+f'(x)]$,因为当$x\geqslant 1$时,$2f'(x)+f(x)>0$,所以$F'(x)>0(x\geqslant 1)$,则$F(x)$在$[1,+\infty)$上单调递增.因为$e^{4(x+1)}f(x+2)=f(-x)$,即$e^{2(x+2)}f(x+2)=e^{-2x}\cdot f(-x)$,所以$F(x+2)=F(-x)$,所以$F(x)$关于$x=1$对称,则$F(-2)=F(4)$,因为$F(x)$在$[1,+\infty)$上单调递增,所以$F(3)<F(4)$,则$F(3)<F(-2)$,即$e^{10}f(3)<f(-2)$.

13. 2　因为$f(x)$是定义在$[-2m,m+1]$上的奇函数,所以$-2m+m+1=0$,即$m=1$,则$f(x)=3x^3-x$,从而$f(m)=f(1)=3\times 1-1=2$.

14. $\sqrt{3}+3$　因为$B=\dfrac{\pi}{4}$,$C=\dfrac{\pi}{3}$,$c=3\sqrt{2}$,所以$b=\dfrac{c\sin B}{\sin C}=\dfrac{3\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=2\sqrt{3}$.因为$\sin A=\sin(B+C)=\sin B\cos C+\cos B\sin C$,所以$a=b\cos C+c\cos B=2\sqrt{3}\times\dfrac{1}{2}+3\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{3}+3$.

15. -1　因为α为第二象限角,所以$\sin\alpha>0$,$\cos\alpha<0$,

所以$\cos\alpha\sqrt{\dfrac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}}=\cos\alpha\sqrt{\dfrac{(1+\sin\alpha)^2}{\cos^2\alpha}}=\cos\alpha\cdot\dfrac{1+\sin\alpha}{|\cos\alpha|}=-1-\sin\alpha$,

$\sin^2\alpha\sqrt{1+\dfrac{1}{\tan^2\alpha}}=\sin^2\alpha\cdot\dfrac{1}{\sin\alpha}=\sin\alpha$,所以$\cos\alpha\sqrt{\dfrac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}}+\sin^2\alpha\sqrt{1+\dfrac{1}{\tan^2\alpha}}=-1$.

16. $(-\infty,e]$　设$f(x)=e^x$,切点为(x_0,e^{x_0}),

$f'(x)=e^x$,所以$k=e^{x_0}$,$b=e^{x_0}-kx_0=e^{x_0}(1-x_0)$,

所以$k+b=e^{x_0}+e^{x_0}(1-x_0)=e^{x_0}(2-x_0)$.

令$g(x)=e^x(2-x)$,$g'(x)=e^x(2-x)-e^x=e^x(1-x)$,

当$x\in(-\infty,1)$时,$g'(x)>0$,$g(x)$单调递增;当$x\in(1,+\infty)$时,$g'(x)<0$,$g(x)$单调递减.

又$g(1)=e$,所以$k+b$的取值范围是$(-\infty,e]$.

17. 解:由题意知,$M=\{-6,1\}$,$P=\{-3,1\}$. ………………………… 2分

(1)∵$M\cup N=M\cap N$,∴$M=N$,由韦达定理可得$\begin{cases}k=-6+1,\\-k^2+19=-6\times 1,\end{cases}$

解得$k=-5$. ………………………… 4分

(2)∵$\varnothing\subsetneqq(M\cap N)$,∴$M\cap N\neq\varnothing$,又∵$N\cap P=\varnothing$,∴$-6\in N$,$1\notin N$, ………………………… 5分

即$k^2-6k-55=0$,解得$k=-5$或$k=11$,经检验,得$k=11$. ………………………… 7分

(3)∵$M\cap N=N\cap P\neq\varnothing$,∴$1\in N$,即$k^2+k-20=0$,解得$k=-5$或$k=4$, ………………………… 9分

经检验,得$k=4$. ………………………… 10分

18. 解:(1)因为$f(x)<1$的解集为(m,n),所以$n=a$,$m=\dfrac{1}{a}$. ………………………… 2分

因为$n+m=\dfrac{10}{3}$,所以$a+\dfrac{1}{a}=\dfrac{10}{3}$,解得$a=3$或$a=\dfrac{1}{3}$, ………………………… 4分

因为$a>1$,所以$a=3$. ………………………… 5分

(2)由(1)可得$g(x)=(\log_3 x)^2-\lambda|\log_3 x^2|+3=(\log_3 x)^2-2\lambda|\log_3 x|+3$,$x\in[\dfrac{1}{3},9]$. ………………………… 6分

令 $t=|\log_3 x|$，$x\in[\frac{1}{3},9]$，则 $t\in[0,2]$，$h(t)=t^2-2\lambda t+3$，$t\in[0,2]$. ………………………………… 8 分

①当 $\lambda<0$ 时，$h(t)_{\min}=h(0)=3\neq\frac{3}{4}$，不符合题意； ………………………………………………………… 9 分

②当 $0\leqslant\lambda\leqslant 2$ 时，$h(t)_{\min}=h(\lambda)=\lambda^2-2\lambda^2+3=\frac{3}{4}$，解得 $\lambda=\pm\frac{3}{2}$，又 $0<\lambda<2$，则 $\lambda=\frac{3}{2}$； ………… 10 分

③当 $\lambda>2$ 时，$h(t)_{\min}=h(2)=4-4\lambda+3=\frac{3}{4}$，解得 $\lambda=\frac{25}{16}<2$，不符合题意. ………………………… 11 分

综上，存在实数 $\lambda=\frac{3}{2}$ 符合题意. ………………………………………………………………………………………… 12 分

19. 解：(1) $f(x)=\frac{1}{2}[1-\cos(2x-\frac{\pi}{2})]=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sin 2x$， ……………………………………………………………… 1 分

$f(\frac{\alpha}{2})=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sin\alpha=\frac{1}{6}$，则 $\sin\alpha=\frac{2}{3}$，又 $\alpha\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$，故 $\cos\alpha=\frac{\sqrt{5}}{3}$，$\tan\alpha=\frac{2}{\sqrt{5}}$. ………………… 2 分

$\tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=4\sqrt{5}$， ……………………………………………………………………………………………… 4 分

$\tan(2\alpha+\beta)=\frac{\tan 2\alpha+\tan\beta}{1-\tan 2\alpha\tan\beta}=\frac{5\sqrt{5}}{1-20}=-\frac{5\sqrt{5}}{19}$. ……………………………………………………… 6 分

(2) $g(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x$， ……………………………………………………………………………………………………… 7 分

由题意可知 $|PQ|=|f(t)-g(t)|=|\frac{1}{2}-\sin(2t+\frac{\pi}{3})|$， ……………………………………………………………… 9 分

当 $\sin(2t+\frac{\pi}{3})=-1$ 时，$|PQ|$ 取到最大值 $\frac{3}{2}$. …………………………………………………………………… 11 分

当 $|PQ|$ 取到最大值时，$2t+\frac{\pi}{3}=\frac{3\pi}{2}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$，又 $t\in[0,\pi]$，所以 $t=\frac{7\pi}{12}$. ……………………………… 12 分

20. 解：(1) 因为 $a^2+b^2-c^2=2a(2a-c)\cos B$，所以 $b\cdot\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=(2a-c)\cos B$， ………………………… 1 分

所以 $b\cdot\cos C=(2a-c)\cos B$， ……………………………………………………………………………………………… 2 分

所以 $\sin B\cdot\cos C=(2\sin A-\sin C)\cos B$，所以 $2\sin A\cos B=\sin B\cdot\cos C+\cos B\sin C=\sin A$. … 3 分

因为 $\sin A\neq 0$，所以 $\cos B=\frac{1}{2}$，所以 $B=\frac{\pi}{3}$. ………………………………………………………………………… 4 分

因为 $b=\sqrt{3}$，$c=2$，且 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，所以 $a^2-2a+1=0$，即 $a=1$， ……………………………… 5 分

则△ABC 的周长为 $a+b+c=3+\sqrt{3}$. …………………………………………………………………………………… 6 分

(2) 因为 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2$，所以 $a=2\sin A$，$c=2\sin C=2\sin(\frac{2\pi}{3}-A)$， ……………………………… 7 分

则 $a-c=2\sin A-2\sin(\frac{2\pi}{3}-A)=2(\frac{1}{2}\sin A-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos A)=2\sin(A-\frac{\pi}{3})$. ……………………………… 8 分

因为△ABC 为锐角三角形，所以 $\begin{cases}0<A<\frac{\pi}{2},\\ 0<\frac{2\pi}{3}-A<\frac{\pi}{2},\end{cases}$ 所以 $\frac{\pi}{6}<A<\frac{\pi}{2}$， ………………………………… 10 分

则 $-\frac{\pi}{6}<A-\frac{\pi}{3}<\frac{\pi}{6}$，从而 $\sin(A-\frac{\pi}{3})\in(-\frac{1}{2},\frac{1}{2})$. …………………………………………………… 11 分

故 $a-c$ 的取值范围是$(-1,1)$. ………………………………………………………………………… 12 分

21. 解:(1)由题意知,$f'(x)=x(x^2+4ax+1)$,显然 $x=0$ 不是方程 $x^2+4ax+1=0$ 的根.

为使 $f(x)$仅在 $x=0$ 处有极值,必须 $x^2+4ax+1\geqslant 0$ 恒成立,即 $\Delta=4(4a^2-1)\leqslant 0$,

解不等式,得$-\frac{1}{2}\leqslant a\leqslant\frac{1}{2}$. 这时 $f(0)=1$ 是唯一极值,…………………………………………………… 3 分

因此满足条件的 a 的取值范围是$[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]$. ………………………………………………………………… 5 分

(2)当 p 是真命题时,记 $g(x)=x^3-ax$,则 $g'(x)=3x^2-a$.

当 $a>1$ 时,要使得 $y=\log_a(x^3-ax)$是增函数,则需有 $g'(x)\geqslant 0$ 对 $x\in(-\frac{1}{2},0)$恒成立,

所以 $a\leqslant 0$,与 $a>1$ 矛盾; ………………………………………………………………………………… 7 分

当 $0<a<1$ 时,要使得 $y=\log_a(x^3-ax)$是增函数,则需有 $g'(x)\leqslant 0$ 对 $x\in(-\frac{1}{2},0)$恒成立,

所以 $a\geqslant 3\cdot(-\frac{1}{2})^2=\frac{3}{4}$,所以$\frac{3}{4}\leqslant a<1$.

记当 p 是真命题时 a 的取值集合为 A,则 $A=\{a|\frac{3}{4}\leqslant a<1\}$; …………………………………………… 9 分

记当 $\neg q$ 是真命题时 a 的取值集合为 B,则 $B=\{a|a<-\frac{1}{2}$ 或 $a>\frac{1}{2}\}$. ………………………………… 10 分

因为 $p\vee(\neg q)$是真命题,

所以 a 的取值范围是 $A\cup B=\{a|a<-\frac{1}{2}$ 或 $a>\frac{1}{2}\}$. …………………………………………………… 12 分

22. (1)解:因为 $f(x)=\ln(x+1)-x$,所以 $f'(x)=\frac{1}{x+1}-1=-\frac{x}{x+1}(x>-1)$. ……………………………… 1 分

所以当 $x\in(-1,0)$时,$f'(x)>0$;当 $x\in(0,+\infty)$时,$f'(x)<0$, …………………………………………… 2 分

则 $f(x)$的单调递增区间为$(-1,0)$,单调递减区间为$(0,+\infty)$. ………………………………………………… 3 分

故 $f(x)_{\max}=f(0)=0$,$f(x)$无最小值. …………………………………………………………………………… 4 分

(2)证明:因为 $g(x)=x(e^x-\ln x-x)$,所以 $g'(x)=xe^x+e^x-\ln x-2x-1$, ………………………………… 5 分

由(1)可知 $\ln(x+1)\leqslant x$,即 $x\geqslant\ln x+1$. ………………………………………………………………………… 6 分

因为 $x>0$,所以 $xe^x\geqslant\ln(xe^x)+1=\ln x+x+1$,即 $xe^x-\ln x-x-1\geqslant 0$. ………………………………… 7 分

设 $h(x)=e^x-x$,则 $h'(x)=e^x-1$, ……………………………………………………………………………… 8 分

因为 $x>0$,所以 $h'(x)>0$,即 $h(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增,………………………………………………………… 9 分

所以 $h(x)>h(0)=1$,即 $e^x-x>1$. ………………………………………………………………………………… 10 分

所以$(xe^x-\ln x-x-1)+(e^x-x)>0$,即 $g'(x)>0$, …………………………………………………………… 11 分

故 $g(x)$在$(0,+\infty)$上是增函数. …………………………………………………………………………………… 12 分