

理科数学试题

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、考场号、座位号、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为 120 分钟, 满分 150 分

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知复数 $z = i + i + 1$, 其中 i 为虚数单位, 则 $\bar{z} =$

- A. $2 - i$ B. i C. $-i$ D. $1 - 2i$

2. 若集合 $A = \{x | \ln(x+1) < 1\}$, $B = \{y | y = \sqrt{x+1}\}$, 则 $A \cup B =$

- A. $(-1, +\infty)$ B. $[1, e-1)$ C. \mathbb{R} D. $(-\infty, 0) \cup [1, +\infty)$

3. 在平面直角坐标系 xOy 中, 若角 θ 以原点为顶点, 以 x 轴非负半轴为始边, 且终边过点

$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$, 则曲线 $y = \sin(x + \theta)$ 的对称轴可能是

- A. $x = \frac{2\pi}{3}$ B. $x = -\frac{\pi}{3}$ C. $x = \frac{5\pi}{6}$ D. $x = \frac{\pi}{3}$

4. 曲线 $y = x \cdot \cos x$ 在点 $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ 处的切线方程为

- A. $x - y - \frac{\pi}{2} = 0$ B. $x + y - \frac{\pi}{2} = 0$ C. $x + \frac{2}{\pi}y - \frac{\pi}{2} = 0$ D. $x + \frac{\pi}{2}y - \frac{\pi}{2} = 0$

5. 已知实数 x, y 满足 $9x^2 + 10xy - 190 = 0, x > 0$, 则 $x + \frac{1}{x} + y$ 的最小值为

- A. 0 B. $2\sqrt{2}$

- C. $\frac{3\sqrt{190}}{5} + 2$ D. 3

6. 已知 $\alpha, \beta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{3\sqrt{5}}{5}$, $\sin 2\alpha - \cos 2\beta = 0$, 则 $\tan \beta =$

- A. $\frac{1}{2}$ 或 2 B. 3 C. $\frac{1}{3}$ 或 3 D. $\frac{1}{3}$

7. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x + y - 6 \leq 0, \\ x - 2y - 1 \leq 0, \\ 2x - y - 2 \geq 0, \end{cases}$ 则 $z = x - 3y$ 的最小值为

- A. -4 B. -9 C. -3 D. 1

8. 已知 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , $y = f(2x - 1)$ 为奇函数, $y = f(x + 1)$ 为偶函数, 若当 $x \in (-1, 1)$ 时, $f(x) = e^x$, 则 $f(194) =$

- A. $\frac{1}{e}$ B. 0 C. 1 D. e

9. 若 $f(x) = \frac{a}{x+1} - 1$ 为奇函数, 则 $g(x) = \ln[(x-1)(x-a)]$ 的单调递增区间是

- A. (0, 1) B. (1, +∞) C. $(\frac{3}{2}, +\infty)$ D. (2, +∞)

10. 若 $x > 1, y > 1$, 则“ $x - y > 1$ ”是“ $\ln x - \ln y > 1$ ”的

- A. 充要条件 B. 充分不必要条件
C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件

11. 设 $a = \log_3 4, b = \log_{0.8} 0.7, c = 1.02^{51}$, 则 a, b, c 的大小关系为

- A. $a < c < b$ B. $a < b < c$ C. $b < a < c$ D. $c < a < b$

12. 已知函数 $f(x) = \frac{x}{e^x} + a(x-1)^2$ 有极值点, 且极大值不超过 $\frac{1}{2}$, 则 a 的取值范围是

- A. $(-\infty, 0]$ B. $(-\infty, \frac{1}{2e})$
C. $(-\infty, \frac{1}{2e}) \cup (\frac{1}{2e}, \frac{1}{2}]$ D. $(-\infty, 0) \cup (0, \frac{1}{2}]$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, \sin 2x + \sin x \geq -2$ ”的否定为 _____.

14. 已知正数 a, b 满足 $a \geq \frac{2}{a} + \frac{1}{b}, b \geq \frac{1}{a} + \frac{2}{b}$, 则 $a^2 + b^2$ 的最小值为 _____.

15. 已知函数 $f(x) = \sin \omega x (\omega > 0)$ 的最小正周期为 4π , 将函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\varphi (\varphi > 0)$ 个单位长度后得到 $g(x)$ 的图象, 若 $g(x)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递减, 则 φ 的最小值为 _____.

16. 已知函数 $f(x) = e^{x+1} - a \ln x$, 若 $f(x) \geq a(\ln a - 1)$ 对 $x > 0$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围

关注是 北京高考在线 官方微信: **京考一点通** (微信号: **bjgkzx**), 获取更多试题资料及排名分析信息

三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答。

(一)必考题:60 分。

17.(12 分)已知关于 x 的不等式 $4^x + 4^{-x} \leq 2^x + 2^{-x} + \frac{7}{4}$ 的解集为 M ,

(1)求集合 M ;

(2)若 $m, n \in M$,且 $m > 0, n > 0, m + 2n = 1$,求 $\frac{1}{4m} + \frac{1}{n}$ 的最小值。

18.(12 分)已知函数 $f(x) = x^3 - ax^2 + bx + 1$,

(1)当 $b = 0, a = 0$ 时,求 $f(x)$ 在 $[2, 3]$ 上的最大值;

(2)当 $b = \frac{a}{4}$,且 $a \in (-4, 0]$ 时,讨论 $f(x)$ 的零点个数。

19.(12 分)已知函数 $f(x) = 2\sqrt{3} - 4\sqrt{3} \cos^2\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right) - 4 \sin \omega x \cos \omega x (x \in \mathbf{R}, \omega > 0)$ 的两个相

邻的对称中心的距离为 $\frac{\pi}{2}$ 。

(1)求 $f(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上的单调递增区间;

(2)当 $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 时,关于 x 的方程 $f(x) = m$ 有两个不相等的实数根 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$,求

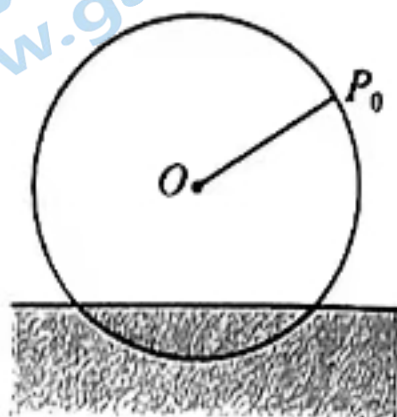
$\cos \frac{x_1 + 3x_2}{2}$ 的取值范围。

20.(12 分)筒车(chinese noria)亦称“水转筒车”。一种以水流作动力,取水灌田的工具。据史料记载,筒车发明于隋而盛于唐,距今已有 1 000 多年的历史。这种靠水力自动的古老筒车,在家乡郁郁葱葱的山间、溪流间构成了一幅幅远古的田园春色图。水转筒车是利用水力转动的筒车,必须架设在水流湍急的岸边。水激轮转,浸在水中的小筒装满了水带到高处,筒口向下,水即自筒中倾泻入轮旁的水槽而汇流入田。某乡间有一筒车,其最高点到水面的距离为 6 m,筒车直径为 8 m,设置有 8 个盛水筒,均匀分布在筒车转轮上,筒车上的每一个盛水筒都做逆时针匀速圆周运动,筒车转一周需要 24 s,如图,盛水筒 A(视为质点)的初始位置 P。距水面的距离为 4 m。

(1)盛水筒 A 经过 t s 后距离水面的高度为 h (单位:m),求筒车转动一周的过程中, h 关于 t 的函数 $h = f(t)$ 的解析式;

(2) 盛水筒 B (视为质点) 与盛水筒 A 相邻, 设盛水筒 B 在盛水筒 A 的顺时针方向相邻处, 求盛水筒 B 与盛水筒 A 的高度差的最大值 (结果用含 π 的代数式表示), 及此时对应的 t .

(参考公式: $\sin \theta - \sin \varphi = 2 \cos \frac{\theta + \varphi}{2} \sin \frac{\theta - \varphi}{2}$, $\cos \theta - \cos \varphi = 2 \sin \frac{\theta + \varphi}{2} \sin \frac{\varphi - \theta}{2}$)



21. (12 分) 已知函数 $f(x) = \ln(x+1) - ax + 2$.

(1) 当 $a > 0$ 时, 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) + 2x + x \ln(x+1) \geq 0$ 恒成立, 求整数 a 的最大值.

(二) 选考题: 共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做, 则按所做的第一题计分。

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

已知曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = t \cos \alpha, \\ y = -2 + t \sin \alpha, \end{cases}$ (t 为参数, $\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$), 点 $P(0, -2)$,

以坐标原点 O 为极点, x 轴非负半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为

$\rho \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$, 曲线 C_2 与极轴交于点 A , 与曲线 C_1 交于点 B .

(1) 若 $\alpha = \frac{\pi}{6}$, 试写出曲线 C_1 的普通方程与曲线 C_2 的直角坐标方程;

(2) 若 $\angle APB = \frac{\pi}{6}$, 求 $\triangle APB$ 的面积.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x) = |x - 2a| + |x + a + 1|$,

(1) 当 $a = -1$ 时, 求不等式 $f(x) \leq 2x + 3$ 的解集;

(2) 若对任意 $x \in \mathbf{R}$, $f(x) \geq |2a - 1|$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 50W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数千场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

推荐大家关注北京高考在线网站官方微信公众号：**京考一点通**，我们会持续为大家整理分享最新的高中升学资讯、政策解读、热门试题答案、招生通知等内容！

