

达州市普通高中 2023 届第二次诊断性测试

数学试题 (理科)

注意事项:

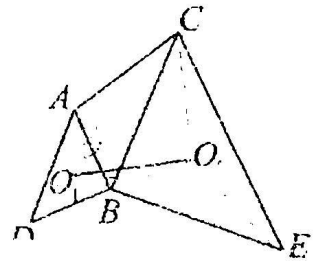
1. 答题前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号. 回答非选择题时, 将答案写在答题卡上, 写在本试卷无效.
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $A = \{x | -1 < x < 4\}$, $B = \{x | x^2 - 5x + 4 \leq 0\}$, 则 $A \cup B =$
A. $[-1, 4]$ B. $(-1, 4)$ C. $(-1, 4)$ D. $[-1, 4)$
2. 复数 $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$, 则 $\frac{1}{z} =$
A. $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ B. $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ C. $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ D. $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$
3. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, $a_3 = 4$, 则 $a_7 =$
A. -128 B. 128 C. -64 D. 64
4. 命题 $p: \forall x \in \mathbb{R}, 2^x + x^2 - x + 1 > 0$, 则 $\neg p$ 为
A. $\forall x \in \mathbb{R}, 2^x + x^2 - x + 1 > 0 \leq 0$ B. $\forall x \in \mathbb{R}, 2^x + x^2 - x + 1 < 0$
C. $\exists x_0 \in \mathbb{R}, 2^{x_0} + x_0^2 - x_0 + 1 < 0$ D. $\exists x_0 \in \mathbb{R}, 2^{x_0} + x_0^2 - x_0 + 1 \leq 0$
5. 设 F_1, F_2 是双曲线 $C: \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$ 的左、右焦点, 过 F_2 的直线与 C 的右支交于 P, Q 两点, 则 $|F_1P| + |F_1Q| - |PQ| =$
A. 5 B. 6 C. 8 D. 12
6. 已知 $a = 2^{-\frac{1}{3}}$, $b = \log_{0.2} 3$, $c = \tan \frac{3\pi}{8}$, 则
A. $c < b < a$ B. $a < b < c$
C. $b < a < c$ D. $b < c < a$
7. 果树的负载量, 是影响果树产量和质量的重要因素. 苹果树结果期的负载量 y (单位: kg) 与干周 x (树干横截面周长, 单位: cm) 可用模型 $y = b_0 + b_1x^2 - b_2x^3$ 模拟. 其中 b_0, b_1, b_2 均是常数. 则下列最符合实际情况的是

- A. $b_0 = 0$ 时, y 是偶函数 /
 B. 模型函数的图象是中心对称图形
 C. 若 b_1, b_2 均是正数, 则 y 有最大值 /
 D. 苹果树负载量的最小值是 b_0
8. 已知向量 a, b, c 满足 $|a| + |b| = 2, a \perp b, |c - a| = 1$, 则 $|b - c|$ 的最大值为
 A. $2\sqrt{2} + 1$ B. $2\sqrt{2} - 1$
 C. $\sqrt{2} + 1$ D. $\sqrt{2} - 1$
9. 一棱锥 $A-BCD$ 的所有顶点都在球 O 的表面上, 平面 $ABD \perp$ 平面 $BCD, AB = AD = \sqrt{6}, AB \perp AD, \triangle BCD$ 有两个内角分别为 30° 和 60° , 则球 O 的表面积不能是
 A. 12π B. 16π C. 32π D. 48π

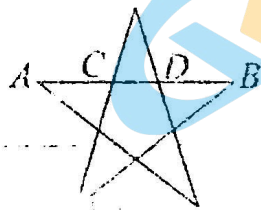
10. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 3, \angle ABC = \frac{\pi}{4}, \overline{BA} \cdot \overline{BC} = 18$, 平面 ABC 内的点 D, E 在直线 AB 两侧, $\triangle ABD$ 与 $\triangle BCE$ 都是以 B 为直角顶点的等腰直角三角形, O_1, O_2 分别是 $\triangle ABD, \triangle BCE$ 的重心, 则 $O_1O_2 =$
 A. $\sqrt{26}$
 B. $3\sqrt{3}$
 C. 5
 D. 6



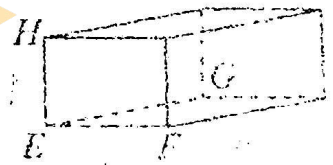
11. 把腰底比为 $\frac{\sqrt{5}-1}{2} : 1$ (比值约为 0.618, 称为黄金比) 的等腰三角形叫黄金三角形, 长宽比为 $\sqrt{2} : 1$ (比值约为 1.414, 称为和美比) 的矩形叫和美矩形. 树叶、花瓣、向日葵、蝴蝶等都有黄金比. 在中国唐、宋时期的单檐建筑中存在较多的 $\sqrt{2} : 1$ 的比例关系, 常用的 A4 纸的长宽比为和美比. 图一是正五角星 (由正五边形的五条对角线构成的图形), $AD = \frac{\sqrt{5}-1}{2} AB$. 图二是长方体, $EF = \sqrt{2}, EG = 2EH = 2$. 在图一—图二所有三角形和矩形中随机抽取两个图形, 恰好一个是黄金三角形一个是和美矩形的概率为

A. $\frac{1}{3}$
 C. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{6}$
 D. $\frac{1}{8}$



图一



图二

12. 点 $A(x_0, y_0) (x_0 > 1, y_0 < 0)$, B, C 均在抛物线 $y^2 = 4x$ 上, 若直线 AB, AC 分别过两定点 $(-1, 0), M(1, 4)$, 则 BC 经过定点 N , 直线 BC, MN 分别交 x 轴于 D, E, O 为原点, 记 $|OD| = a, |DE| = b$, 则 $\frac{a^2}{a+1} + \frac{b^2}{b+3}$ 的最小值为

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{4}$

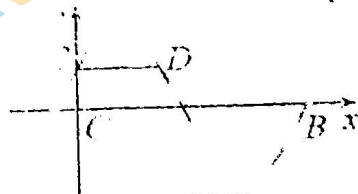
C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{1}{5}$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 若 $(x - \frac{2}{x})^n$ 展开式的二项式系数和为64，则展开式中 x^4 系数为_____。

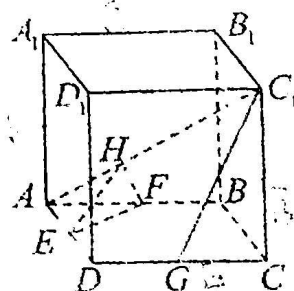
14. 函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图， A, B, C 是曲线 $y = f(x)$ 与坐标轴的交点，过点 C 的直线 $y = 1$ 与曲线 $y = f(x)$ 的另一交点为 D ，若 $|CD| = \frac{2\pi}{3}$ ，则 $|AB| =$ _____。



第14题图

15. 如图， E, F, G 分别是正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱 AD, AB, CD 的中点， H 是 AC_1 上的点。

$GC_1 \parallel$ 平面 EFH ，若 $AB = \sqrt{3}$ ，则 $AH =$ _____。



第15题图

16. S_n 是数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和， $a_1 = 3, a_{n+1} = a_n - \frac{4}{4n^2 - 1}$ ，

给出以下四个结论：

① $a_n = \frac{2n+1}{2n-1}$ 。

② $a_1 + a_1 a_2 + \dots + a_1 a_2 \dots a_n = n^2 + 2n$ 。

③ $S_n > n + \ln(2n+1)$ 。

④ $S_n > n^2 + \ln(2n^2 + 1)$ 。

其中正确的是_____ (写出全部正确结论的番号)。

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共60分。

17. (12分)

村民把土地流转给农村经济合作社后，部分村民又成为该合作社职工，下表是某地村民成为合作社职工，再经过职业培训后，个人年收入是否超过10万元的人数抽样统计：

	年收入超过10万元	年收入不超过10万元	合计
男	45	5	50
女	75	25	100
合计	120	30	150

(1) 是否有99%的把握认为经过职业培训后，合作社职工年收入超过10万元与性别有关？

(2) 根据合同工期要求，合作社要完成 A, B, C 三种互不影响的产品加工，拟对至少完成其中两种产品加工的职工进行奖励(每个职工都有加工这三种产品的任务)，若每人完成 A, B, C 中任何一种产品加工任务的概率都是0.8，求某职工获奖的概率(结果精确到0.1)。

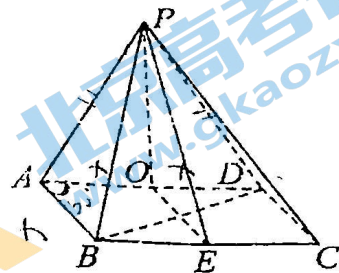
附 ①参考公式： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ， $n = a+b+c+d$ 。

② K^2 检验临界值表：

$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.010	0.001
k_0	2.706	6.635	10.828

18. (12分)

如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是平行四边形, 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, $\angle BAD = 60^\circ$, $AD = 2AB$, $PA = PD$. O, E 分别是 AD, BC 中点.



(1) 证明: 平面 $PBD \perp$ 平面 POE ;

(2) 若 $AB = 2$, $PA = 2\sqrt{5}$, 求平面 POE 与平面 PCD 所成锐二面角的余弦值.

19. (12分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $\frac{b}{\cos B} + \frac{c}{\cos C} = \frac{a}{\cos A} + \frac{3a}{\cos B \cos C}$.

(1) 求 $\tan B \tan C$;

(2) 若 $bc = 3$, 求 $\triangle ABC$ 面积 S 的最小值.

20. (12分)

已知 A, F 分别是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左顶点和右焦点, 过 F 的直线 l 交

C 于点 D, E . 当 A 到 l 的最大距离为 4 时, $|DE| = \frac{16}{3}$.

(1) 求 C 的标准方程;

(2) 设 C 的右顶点为 B , 直线 AD 的斜率为 k_1 , 直线 BE 的斜率 k_2 . 若 $k_1 + k_2 = 1$, ① 求 $\frac{k_1}{k_2}$ 的值; ② 比较 $|FD|$ 与 $k_2 |FE|$ 的大小.

21. (12分)

设函数 $f(x) = \ln x + \frac{1}{2}x^2 - mx - \frac{n}{x} (m, n \text{ 均为实数})$.

(1) 当 $m = 2$ 时, 若 $f(x)$ 是单调增函数, 求 n 的取值范围;

(2) 当 $n > 0$ 时, 求 $f(x)$ 的零点个数.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程](10分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 以原点 O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C

的参数方程为 $\begin{cases} x = \sin \alpha + \sqrt{2} \cos \alpha, \\ y = \sin \alpha - \sqrt{2} \cos \alpha \end{cases} (\alpha \text{ 为参数}).$

(1) 写出 C 的普通方程和极坐标方程;

(2) 设直线 $\theta = \beta (\rho \in \mathbf{R})$ 与 C 交于点 A, B , 求 $|AB|$ 的最大值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲](10分)

已知函数 $f(x) = \left| \frac{1}{2}x - 1 \right|$, $g(x) = |x - m| + m, \forall x \in \mathbf{R}, f(x) \leq g(x)$.

(1) 求实数 m 的取值范围;

(2) 当 m 取最小值时, 证明: $f(x) + g(x) \geq \frac{1}{2}x + 1$.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯