

## 高一数学

## 一、选择题（共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。）

1. 已知集合  $A = \{x | -2 \leq x < 2\}$ ,  $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )

- (A)  $\{-2, -1, 0\}$       (B)  $\{-2, -1, 0, 1\}$       (C)  $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$       (D)  $\{x | -2 \leq x < 2\}$

2. 下列函数是偶函数的是 ( )

- (A)  $f(x) = \sqrt{x}$       (B)  $f(x) = \log_2 x$       (C)  $f(x) = x^2$       (D)  $f(x) = x^3$

3. 若  $a > b$ ,  $c < 0$ , 则下列不等式成立的是 ( )

- (A)  $ac^2 > bc^2$       (B)  $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$       (C)  $a + c < b + c$       (D)  $a > b - c$

4. 实数  $a, b$ , “ $a > |b|$ ” 是 “ $a > b$ ” 的 ( ) 条件

- (A) 充分不必要      (B) 必要不充分      (C) 充要      (D) 既不充分也不必要

5. 已知  $a = 0.5$ ,  $b = 0.5^{0.6}$ ,  $c = \log_{0.6} 0.5$ , 则 ( )

- (A)  $a < b < c$       (B)  $b < a < c$       (C)  $c < a < b$       (D)  $c < b < a$

6. 函数  $f(x) = x^3 - x - 7$  的零点所在的区间是 ( )

- (A)  $(0, 1)$       (B)  $(1, 2)$       (C)  $(2, 3)$       (D)  $(3, 4)$

7. 已知函数  $y = f(x)$  可表示为

$x$	$0 < x < 2$	$2 \leq x < 4$	$4 \leq x < 6$	$6 \leq x \leq 8$
$y$	1	2	3	4

则下列结论正确的是 ( )

- (A)  $f(f(4)) = 3$       (B)  $f(x)$  的值域是  $\{1, 2, 3, 4\}$   
 (C)  $f(x)$  的值域是  $[1, 4]$       (D)  $f(x)$  在区间  $[4, 8]$  上单调递增

8. 已知函数  $f(x) = 2^x - x - 1$ , 则不等式  $f(x) > 0$  的解集是 ( )

- (A)  $(-1,1)$       (B)  $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$       (C)  $(0,1)$       (D)  $(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$

9. 大西洋鲑鱼每年都要逆流而上 3000 英里游回它们出生的地方产卵繁殖. 研究鲑鱼的科学家发现鲑鱼的游速  $v$  (单位:  $\text{m/s}$ ) 可以表示为  $v = \frac{1}{2} \log_3 \frac{O}{100}$ , 其中  $O$  表示鲑鱼的耗氧量的单位数. 则

该鲑鱼游速为  $2\text{m/s}$  时的耗氧量与静止时耗氧量的比值为 ( )

- (A) 8100      (B) 900      (C) 81      (D) 9

10. 已知函数  $f_1(x) = 2^x$ ,  $f_2(x) = 2x + 1$ ,  $g_1(x) = \log_a x (a > 1)$ ,  $g_2(x) = kx (k > 0)$ , 则正确是 ( )

(A) 函数  $f_1(x)$  和  $f_2(x)$  的图象有且只有一个公共点

(B)  $\exists x_0 \in \mathbf{R}$ , 当  $x > x_0$  时, 恒有  $g_1(x) > g_2(x)$

(C) 当  $a = 2$  时,  $\exists x_0 \in (0, +\infty)$ ,  $f_1(x_0) < g_1(x_0)$

(D) 当  $a = \frac{1}{k}$  时, 方程  $g_1(x) = g_2(x)$  有解

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 满分 30 分).

11. 函数  $f(x) = \frac{1}{x-1} + \log_{\frac{1}{2}} x$  的定义域是\_\_\_\_\_.

12. 已知  $x > 0$ ,  $y > 0$ , 且  $x + y = 2$ , 则  $xy$  的最大值为\_\_\_\_\_.

13.  $3 \times 2^{-1} + \lg \sqrt{2} + \frac{1}{2} \lg 5 + (27)^{\frac{1}{3}} =$ \_\_\_\_\_.

14. 已知奇函数  $f(x)$  的定义域为  $[-1,1]$ , 当  $x \in (0,1]$  时,  $f(x) = 2^x$ , 则当  $x \in [-1,0)$  时,  $f(x) =$ \_\_\_\_\_; 函数  $f(x)$  在定义域内的值域为\_\_\_\_\_.

15. 方程  $x + 2^x = 2$  的根为  $a$ , 方程  $x + \log_2 x = 2$  的根为  $b$ , 则  $a + b =$ \_\_\_\_\_.

16. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} 2^{x-1}, & x < a, \\ -x^2 + 2a, & x \geq a. \end{cases}$  如果函数  $f(x)$  满足对任意  $x_1 \in (-\infty, a)$ , 都存在  $x_2 \in (a, +\infty)$ ,

使得  $f(x_2) = f(x_1)$ , 称实数  $a$  为函数  $f(x)$  的包容数.

在 ①  $-\frac{1}{2}$ ; ②  $\frac{1}{2}$ ; ③ 1; ④  $\sqrt{2}$ ; ⑤  $\frac{3}{2}$  中, 函数  $f(x)$  的包容数是\_\_\_\_\_.

注: 本题给出的结论中, 有多个符合题目要求. 全部选对得 5 分, 不选或有错选得 0 分, 其他得 3 分.

三、解答题 (共 6 小题, 共 80 分, 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.)

17. (本小题 13 分)

关注北京高考在线官方微信: 北京高考资讯(微信号:bjgkzx), 获取更多试题资料及排名分析信息.

已知全集  $U = \mathbf{R}$ ，集合  $A = \{x \mid x^2 - 2x - 3 < 0\}$ ， $B = \{x \mid 0 \leq x - 1 \leq 3\}$ 。

(I) 求  $A \cup B$ ；

(II) 设非空集合  $D = \{x \mid a < x < 2a + 3, a \in \mathbf{R}\}$ ，若  $D \subseteq \complement_U A$ ，求实数  $a$  的取值范围。

18. (本小题 13 分)

已知函数  $f(x) = ax^2 + (a - 2)x - 2$

关注北京高考在线官方微信：[北京高考资讯\(微信号:bjgkzx\)](#)，获取更多试题资料及排名分析信息。

(I) 若  $f(x) \geq 0$  的解集  $\{x|x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 2\}$ , 求  $a$  的值.

(II) 分类讨论不等式  $f(x) \geq 0$  的解集.



19. (本小题 13 分)

已知函数  $f(x) = a \cdot 2^x + b$  的图象过原点, 且  $f(1) = 1$ .

关注北京高考在线官方微信: [北京高考资讯\(微信号:bjgkzx\)](#), 获取更多试题资料及排名分析信息。

(I) 求实数  $a, b$  的值;

(II) 判断并用定义证明函数  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$  在区间  $(0, +\infty)$  上的单调性.



20. (本小题 13 分)

2020 年 11 月 5 日至 10 日, 第三届中国国际进口博览会在上海举行, 经过三年发展, 进博会

关注北京高考在线官方微信: [北京高考资讯\(微信号:bjgkzx\)](#), 获取更多试题资料及排名分析信息。

让展品变商品，让展商变投资商，交流创意和理念，联通中国和世界，国际采购、投资促进、人文交流，开放合作四大平台作用不断凸显，成为全球共享的国际公共产品。在消费品展区，某企业带来了一款新型节能环保产品参展，并决定大量投放市场。已知该产品年固定研发成本为 150 万元，每生产 1 万台需另投入 380 万元。设该企业一年内生产该产品  $x$  万台且全部售完，每万台的销售收入为  $R(x)$  万元，且  $R(x) = \begin{cases} 500 - 2x, 0 < x \leq 20 \\ 370 + \frac{2140}{x} - \frac{6250}{x^2}, x > 20 \end{cases}$

(I) 写出年利润  $S$  (万元) 关于年产量  $x$  (万台) 的函数解析式；(利润 = 销售收入 - 成本)

(II) 当年产量为多少万台时，该企业获得的年利润最大？并求出最大年利润。

21. (本小题 14 分)

已知函数  $y = f(x)$  的定义域为  $R$ ，且满足下列条件：

关注北京高考在线官方微信：[北京高考资讯\(微信号:bjgkzx\)](#)，获取更多试题资料及排名分析信息。

(1)  $f(1)=3$ . (2) 对于任意的  $u, v \in R$ , 总有  $f(u+v)=f(u)+f(v)-1$ .

(3) 对于任意的  $u, v \in R, u-v \neq 0, (u-v)[f(u)-f(v)] > 0$ .

(I) 求  $f(0)$  及  $f(-1)$  的值.

(II) 求证: 函数  $g(x)=f(x)-1$  为奇函数.

(III) 若  $f\left(\frac{1}{2}m^2\right)-2f\left(m-\frac{1}{2}\right) > -2$ , 求实数  $m$  的取值范围.

22. (本小题 14 分)

定义: 给定整数  $i$ , 如果非空集合满足如下 3 个条件:

关注北京高考在线官方微信: [北京高考资讯\(微信号:bjgkzx\)](#), 获取更多试题资料及排名分析信息。

①  $A \subseteq \mathbb{N}^*$

②  $A \neq \{1\}$

③  $\forall x, y \in \mathbb{N}^*$ , 若  $x+y \in A$ , 则  $xy-i \in A$

则称集合  $A$  为“减  $i$  集”

(I)  $P = \{1, 2\}$  是否为“减 0 集”? 是否为“减 1 集”? 简要说明理由.

(II) 证明: 不存在“减 2 集”?

(III) 是否存在“减 1 集”? 如果存在, 求出所有“减 1 集”; 如果不存在, 说明理由.



## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号: bjgkzx

官方网站: [www.gaokzx.com](http://www.gaokzx.com)

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018

关注北京高考在线官方微信: [北京高考资讯\(微信号:bjgkzx\)](https://www.gkzxx.com), 获取更多试题资料及排名分析信息。