

2024 北京一六六中初三（下）开学考

数 学

（考试时长：120 分钟）

考查目标

知识：一元二次方程，二次函数，旋转，圆，概率初步、相似、锐角三角函数、反比例函数、投影与视图、数与式

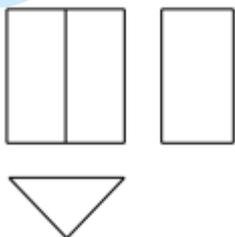
能力：运算能力，推理能力，几何直观，模型思想，应用意识，空间观念，创新意识

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

1. 根据国家统计局统计结果，从北京冬奥会申办成功至 2021 年 10 月，全国参与冰雪运动的人数达到 3.46 亿，“带动三亿人参与冰雪运动”的承诺已经实现，这是北京冬奥会最大的遗产成果。将 346000000 用科学记数法表示应为（ ）

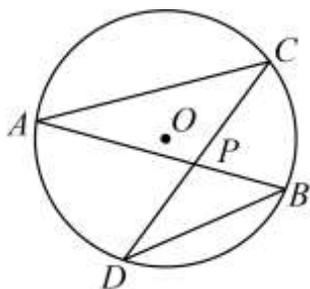
- A. 346×10^6 B. 3.46×10^8 C. 3.46×10^9 D. 0.346×10^9

2. 图是某几何体的三视图，该几何体是（ ）



- A. 三棱锥 B. 三棱柱 C. 圆柱 D. 长方体

3. 如图，在 $\odot O$ 中，弦 AB ， CD 相交于点 P ， $\angle CAB = 30^\circ$ ， $\angle ABD = 40^\circ$ ，则 $\angle APD$ 的度数为（ ）

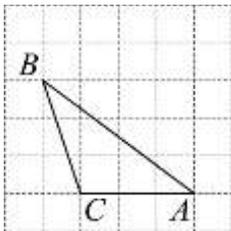


- A. 30° B. 40° C. 60° D. 70°

4. 将二次函数 $y = -x^2 + 2x + 3$ 化为 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式，则所得表达式为（ ）

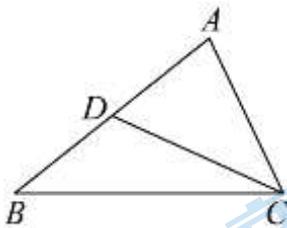
- A. $y = (x+1)^2 - 4$ B. $y = -(x-1)^2 + 4$ C. $y = -(x+1)^2 + 2$ D. $y = -(x-1)^2 + 2$

5. 如图，在 6×6 的正方形网格中， $\triangle ABC$ 的顶点都在小正方形的顶点上，则 $\sin \angle BAC$ 的值是（ ）



- A. 1 B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{3}{5}$

6. 如图, D 是 $\triangle ABC$ 的边 AB 上一点 (不与点 A, B 重合), 若添加一个条件使 $\triangle ACD \sim \triangle ABC$, 则这个条件不可以是 ()

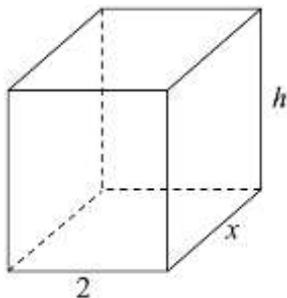


- A. $\angle ADC = \angle ACB$ B. $\angle ACD = \angle B$ C. $\frac{AC}{AD} = \frac{AB}{BC}$ D. $\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC}$

7. 不透明的袋子中有 3 个小球, 其中有 1 个红球, 1 个黄球, 1 个绿球, 除颜色外 3 个小球无其他差别, 从中随机摸出一个小球, 放回并摇匀, 再从中随机摸出一个小球, 那么两次摸出的小球都是红球的概率是 ()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{9}$

8. 如图, 长方体的体积是 100m^3 , 底面一边长为 2m . 记底面另一边长为 $x\text{m}$, 底面的周长为 $l\text{m}$, 长方体的高为 $h\text{m}$. 当 x 在一定范围内变化时, l 和 h 都随 x 的变化而变化, 则 l 与 x , h 与 x 满足的函数关系分别是 ()



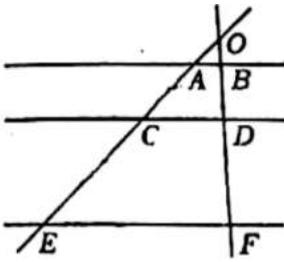
- A. 一次函数关系, 二次函数关系
 B. 反比例函数关系, 二次函数关系
 C. 反比例函数关系, 一次函数关系
 D. 一次函数关系, 反比例函数关系

二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

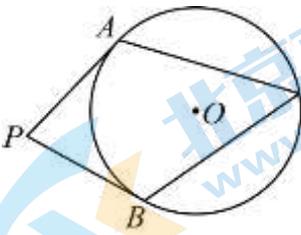
9. 若 $\sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.

10. 分解因式: $2m^2 - 8n^2 =$ _____.

11. 如图, 直线 AE, BF 交于点 $O, AB \parallel CD \parallel EF$. 若 $OA=1, AC=2, CE=4$. 则 $\frac{OD}{OF}$ 的值为
_____.

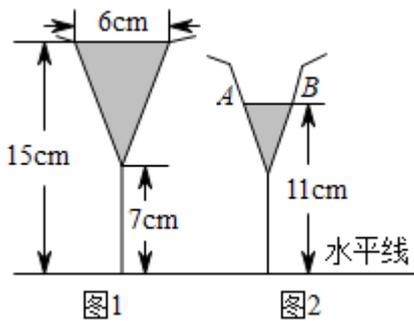


12. 如图, PA, PB 分别与 $\odot O$ 相切于 A, B 两点, C 是优弧 AB 上的一个动点, 若 $\angle P = 76^\circ$, 则 $\angle ACB =$ _____°.



13. 若抛物线 $y = x^2 - 2x + k - 1$ 与 x 轴有两个交点, 则 k 的取值范围是_____.

14. 图 1 是装了液体的高脚杯示意图 (数据如图), 用去一部分液体后如图 2 所示, 此时液面 $AB =$
_____.



15. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(a, b)$ 在双曲线 $y = \frac{m}{x}$ 上, 点 $B(-b, a)$ 在双曲线 $y = \frac{n}{x}$ 上, 则 $m+n$ 的值为_____.

16. 某快递员负责为 A, B, C, D, E 五个小区取送快递, 每送一个快递收益 1 元, 每取一个快递收益 2 元, 某天 5 个小区需要取送快递数量下表.

| 小区 | 需送快递数量 | 需取快递数量 |
|----|--------|--------|
| A | 15 | 6 |

| | | |
|----------|----|---|
| <i>B</i> | 10 | 5 |
| <i>C</i> | 8 | 5 |
| <i>D</i> | 4 | 7 |
| <i>E</i> | 13 | 4 |

(1) 如果快递员一个上午最多前往 3 个小区，且要求他最少送快递 30 件，最少取快递 15 件，写出一种满足条件的方案_____ (写出小区编号)；

(2) 在 (1) 的条件下，如果快递员想要在上午达到最大收益，写出他的最优方案_____ (写出小区编号)。

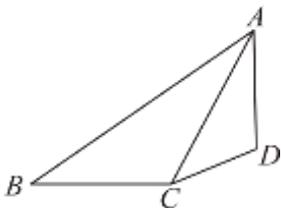
三、解答题 (共 68 分，第 17-20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22-23 题，每题 5 分，第 24-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每 7 分)

17. 计算： $4\sin 60^\circ + \left(\frac{1}{3}\right)^0 + |-2| - 2\tan 60^\circ$.

18. 解方程： $x^2 - 6x + 8 = 0$.

19. 已知 $x^2 - 2x - 1 = 0$ ，求代数式 $2(x+1)(x-1) - (x+1)^2$ 的值.

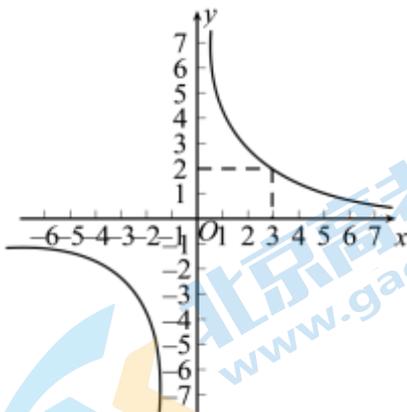
20. 如图， AC 平分 $\angle BAD$ ， $\angle B = \angle ACD$.



(1) 求证： $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ ；

(2) 若 $AB = 6$ ， $AC = 4$ ，求 AD 的长.

21. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 A .

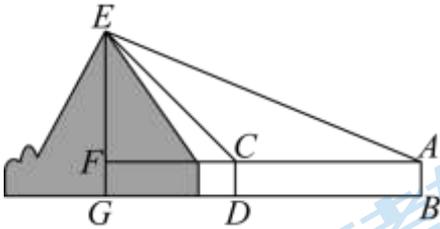


(1) 求 k 的值；

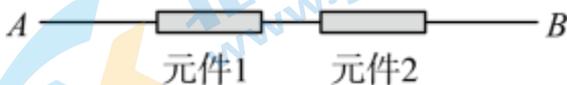
(2) 若直线 $y = 2x + b$ 图象经过点 A ，求 b 的值；

(3) 当 $x > 3$ 时, 都有一次函数 $y = 2x + b$ 的值大于反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的值, 直接写出 b 的取值范围.

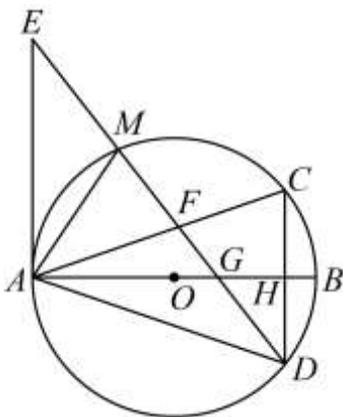
22. 在一次数学综合实践活动中, 某数学小组的同学们一起测量一座小山的高度. 如图, 在点 A 处测得山顶 E 的仰角为 22.5° , 向山的方向前进 20m , 在点 C 处测得山顶 E 的仰角为 45° , 已知观测点 A, C 到地面的距离 $AB = 1.7\text{m}$, $CD = 1.7\text{m}$. 求小山 EG 的高度 (精确到 0.1m). (参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sin 22.5^\circ \approx 0.384$, $\cos 22.5^\circ \approx 0.925$, $\tan 22.5^\circ \approx 0.414$)



23. 在一次试验中, 每个电子元件  的状态有通电、断开两种可能, 并且这两种状态的可能性相等. 用列表或画树状图的方法, 求图中 A, B 之间电流能够通过的概率.



24. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于 H , 连接 AC, AD , 过点 A 作 $\odot O$ 的切线, $\angle ADC$ 的平分线相交于点 E , DE 交 AC 于点 F , 交 AB 于点 G , 交 $\odot O$ 于点 M , 连接 AM .



(1) 求证: $AC = AD$;

(2) 若 $\tan \angle AMD = 2\sqrt{2}$, $CD = 4$, 求 AF 长.

25. 电动汽车的续航里程也可以称作续航能力, 是指电动汽车的动力蓄电池在充满电的状态下可连续行驶的总里程, 它是电动汽车重要的经济性指标. 高速路况状态下, 电动车的续航里程除了会受到环境温度的影响, 还和汽车的行驶速度有关. 某科研团队为了分析续航里程与速度的关系, 进行了如下的探究:

下面是他们的探究过程, 请补充完整:

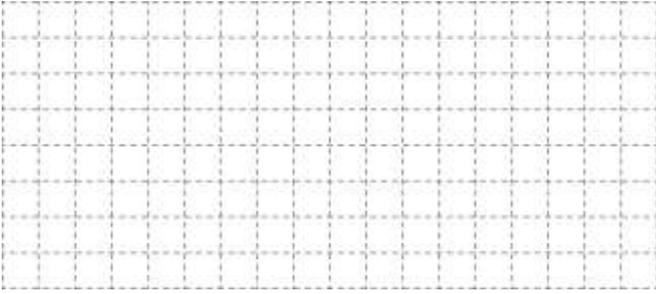
(1) 他们调取了某款电动汽车在某个特定温度下的续航里程与速度的有关数据:

| | | | | | | | | | | |
|------------|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|
| 速度 (千米/小时) | 10 | 20 | 30 | 40 | 60 | 80 | 100 | 120 | 140 | 160 |
|------------|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|

| | | | | | | | | | | |
|----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 续航里程（千米） | 100 | 340 | 460 | 530 | 580 | 560 | 500 | 430 | 380 | 310 |
|----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|

则设_____为 y ，_____为 x ， y 是 x 的函数；

(2) 建立平面直角坐标系，在给出的格点图中描出表中各对对应值为坐标的点，画出该函数的图象；

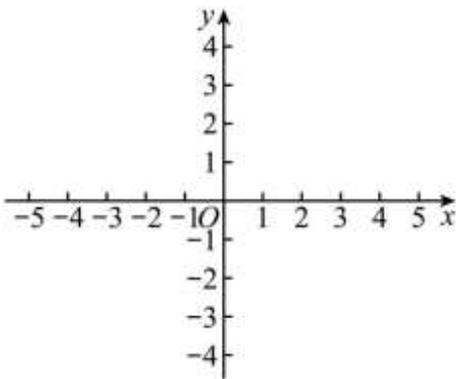


(3) 结合画出的函数图象，下列说法正确的有_____：

- ① y 随 x 的增大而减小；
- ② 当汽车的速度在 60 千米/小时左右时，汽车的续航里程大；
- ③ 实验表明，汽车的速度过快或过慢时，汽车的续航里程都会变小。

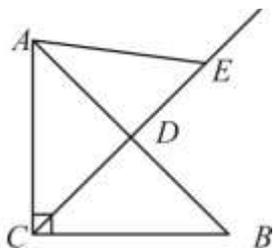
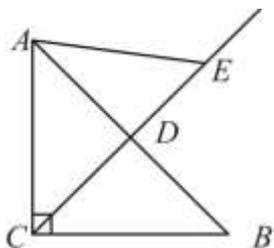
(4) 若想要该车辆的续航里程保持在 500 千米以上，该车的车速大约控制在_____至_____千米/小时范围内。

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数 $y = x^2 - 2mx$ 的图象上两个点 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ ，点 A 、 B 之间的部分（包含点 A 、点 B ）记作图象 G ，图象 G 上 y 的最大值与最小值的差记作 y_G 。



- (1) 求这个二次函数的对称轴（用含 m 的代数式表示）；
- (2) 当 $m = 1$ ， $x_1 = 0$ ， $x_2 = 3$ 时，求 y_G 的值；
- (3) 当 $x_1 = 2m - 1$ ， $x_2 = 2m + 1$ 时，恒有 $y_G > y_1 - y_2$ ，求 m 的取值范围。

27. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AC = BC$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ， D 为 AB 边中点， E 为 $\triangle ABC$ 外部射线 CD 上一点，连接 AE ，过 C 作 $CF \perp AE$ 于 F 。

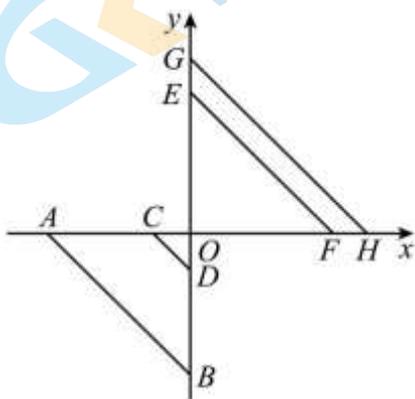


备用图

- (1) 依题意补全图形；
- (2) 找出图中与 $\angle EAD$ 相等的角，并证明；
- (3) 连接 DF ，猜想 $\angle CFD$ 的度数，并证明。

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，有如下定义：对于图形 G_1 、 G_2 ，若存在常数 d ，使得图形 G_1 上的任意一点 P ，在图形 G_2 上至少能找到一个点 Q ，满足 $PQ = d$ ，则称图形 G_2 是图形 G_1 的“映图”， d 是 G_1 关于 G_2 的“映距”。

- (1) 如图，点 $A(-4,0)$ ， $B(0,-4)$ ， $C(-1,0)$ ， $D(0,-1)$ ， $E(4,0)$ ， $F(0,4)$ ， $G(5,0)$ ， $H(0,5)$ 。



在线段 CD ， EF ， GH 中，线段 AB 的映图是_____。

- (2) $\odot O$ 的半径为 1.
 - ① 求 $\odot O$ 关于直线 $y = -x + 3\sqrt{2}$ 的“映距” d 的最小值；
 - ② 若直线 $y = -x + m$ ($m \neq 0$) 被坐标轴所截的线段是 $\odot O$ 的映图，直接写出 m 的取值范围。

参考答案

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

1. 【答案】B

【分析】346000000 用科学记数法表示成 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $a = 3.46$ ， $n = 8$ ，代入可得结果.

【详解】解：346000000 的绝对值大于 10 表示成 $a \times 10^n$ 的形式

$$\because a = 3.46, n = 9 - 1 = 8$$

$$\therefore 346000000 \text{ 表示成 } 3.46 \times 10^8$$

故选：B.

【点睛】本题考查了科学记数法. 解题的关键在于确定 a 、 n 的值.

2. 【答案】B

【分析】根据主视图和左视图确定为矩形判断出是柱体，根据俯视图判断出这个几何体是三棱柱，即可得.

【详解】解： \because 主视图和左视图是矩形

\therefore 该几何体是柱体，

\because 俯视图是三角形，

\therefore 该几何体是三棱柱，

故选：B.

【点睛】本题考查了简单立体图形的三视图，解题的关键是根据三视图还原几何体.

3. 【答案】D

【分析】本题考查圆周角定理，三角形外角的性质等知识，解题的关键是掌握圆周角定理，属于中考常考题型. 利用圆周角定理以及三角形的外角的性质解决问题.

【详解】解： $\because \angle ABD = 40^\circ$ ，

$$\therefore \angle ACD = \angle ABD = 40^\circ$$

$$\because \angle CAB = 30^\circ$$

$$\therefore \angle APD = \angle ACD + \angle CAB = 70^\circ$$

故选：D.

4. 【答案】B

【分析】本题主要考查了将二次函数解析式化为顶点式，解题的关键是熟练掌握将二次函数解析式化为顶点式的方法和步骤，以及完全平方公式.

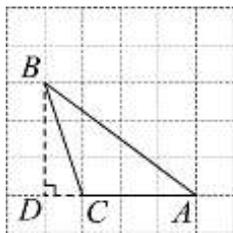
【详解】解： $y = -x^2 + 2x + 3 = -(x-1)^2 + 4$ ，

故选：B.

5. 【答案】D

【分析】本题主要考查三角函数的定义，过点 B 作 $BD \perp AC$ ，交 AC 延长线于点 D ，利用正切函数的定义求解可得.

【详解】如图，过点 B 作 $BD \perp AC$ ，交 AC 延长线于点 D ，



$$\therefore AB = \sqrt{BD^2 + AD^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

$$\text{则 } \sin \angle BAC = \frac{BD}{AB} = \frac{3}{5},$$

故选 D.

6. 【答案】C

【分析】本题考查了相似三角形的判定，掌握相似三角形的判定方法是解题的关键。利用相似三角形的判定方法依次判断可求解。

【详解】解：若 $\angle ADC = \angle ACB$ ，且 $\angle A = \angle A$ ，则 $\triangle ACD \sim \triangle ABC$ ，故选项 A 不符合题意；

若 $\angle ACD = \angle B$ ，且 $\angle A = \angle A$ ，则 $\triangle ACD \sim \triangle ABC$ ，故选项 B 不符合题意；

若 $\frac{AC}{AD} = \frac{AB}{BC}$ ，且 $\angle A = \angle A$ ，则无法证明 $\triangle ACD \sim \triangle ABC$ ，故选项 C 符合题意；

若 $\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC}$ ，且 $\angle A = \angle A$ ，则 $\triangle ACD \sim \triangle ABC$ ，故选项 D 不符合题意；

故选：C.

7. 【答案】D

【分析】利用列表法或树状图法列出所有结果，找出满足条件的结果，即可得出结果。

【详解】解：列表如下，

| | 红 | 黄 | 绿 |
|---|--------|--------|--------|
| 红 | (红, 红) | (红, 黄) | (红, 绿) |
| 黄 | (黄, 红) | (黄, 黄) | (黄, 绿) |
| 绿 | (绿, 红) | (绿, 黄) | (绿, 绿) |

由表可知，共有 9 种等可能结果，其中满足条件的两次都是红球的结果只有 1 种，

$$\therefore P(\text{两次都是红球}) = \frac{1}{9},$$

故选：D.

【点睛】题目主要考查利用列表法或树状图法求概率，熟练掌握列表法或树状图法是解题关键。

8. 【答案】D

【分析】根据底面的周长公式“底面周长=2(长+宽)”可表示出 l 与 x 的关系式，根据长方体的体积公式“长方体体积=长×宽×高”可表示出 h 与 x ，根据各自的表达式形式判断函数类型即可。

【详解】解：由底面的周长公式：底面周长=2（长+宽）

可得： $l = 2(x + 2)$

即： $l = 2x + 4$

$\therefore l$ 与 x 的关系为：一次函数关系.

根据长方体的体积公式：长方体体积=长 \times 宽 \times 高

可得： $100 = 2xh$

$$h = \frac{50}{x}$$

$\therefore h$ 与 x 的关系为：反比例函数关系.

故选：D

【点睛】本题考查了函数关系式的综合应用，涉及到一次函数、二次函数、反比例函数等知识，熟知函数的相关类型并且能够根据实际问题列出函数关系式是解决本题的关键.

二、填空题（共16分，每题2分）

9. 【答案】 $x \geq 2$

【分析】本题考查了二次根式有意义的条件，列出不等式 $x - 2 \geq 0$ 进行求解即可，掌握二次根式被开方数是非负数是解答本题的关键.

【详解】解： $\because \sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义，

$$\therefore x - 2 \geq 0,$$

$$\therefore x \geq 2,$$

故答案为： $x \geq 2$.

10. 【答案】 $2(m+2n)(m-2n)$

【分析】本题考查了提公因式法与公式法的综合运用，先提取公因式2，进而用平方差公式因式分解即可.

【详解】 $2m^2 - 8n^2 = 2(m^2 - 4n^2) = 2(m+2n)(m-2n)$,

故答案为： $2(m+2n)(m-2n)$.

11. 【答案】 $\frac{3}{7}$

【分析】本题主要考查了平行线分线段成比例. 根据平行线分线段成比例，可得 $\frac{OD}{OF} = \frac{OC}{OE}$ ，即可求解.

【详解】解： $\because AB \parallel CD \parallel EF$,

$$\therefore \frac{OC}{OE} = \frac{OD}{OF},$$

$$\because OA = 1, AC = 2, CE = 4,$$

$$\therefore OC = 3, OE = OC + CE = 7,$$

$$\therefore \frac{OD}{OF} = \frac{OC}{OE} = \frac{3}{7}.$$

故答案为: $\frac{3}{7}$.

12. 【答案】 52

【分析】 本题主要考查了切线的性质，圆周角定理，四边形内角和定理，，连接 OA ， OB ，由切线的性质得到 $\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$ ，由四边形内角和定理得到 $\angle AOB = 104^\circ$ ，则由圆周角定理可得

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = 52^\circ.$$

【详解】 解：如图所示，连接 OA ， OB ，

$\because PA$ ， PB 分别与 $\odot O$ 相切于 A ， B 两点，

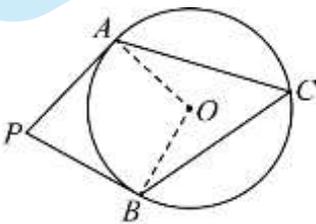
$$\therefore \angle OAP = \angle OBP = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle P = 76^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB = 360^\circ - \angle P - \angle OAP - \angle OBP = 104^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = 52^\circ,$$

故答案为: 52.



13. 【答案】 $k < 2$

【分析】 本题考查二次函数图象与 x 轴交点问题。根据抛物线与 x 轴有交点， $\Delta > 0$ ，列式计算即可。

【详解】 解： \because 抛物线 $y = x^2 - 2x + k - 1$ 与 x 轴有交点，

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (k - 1) > 0,$$

解得: $k < 2$;

故答案为: $k < 2$.

14. 【答案】 3

【分析】 根据两三角形相似列出比例式进而求解即可。

【详解】 依题意，两高脚杯中的液体部分两三角形相似，则 $\frac{AB}{6} = \frac{11-7}{15-7}$

解得 $AB = 3$ 。

故答案为: 3.

【点睛】 本题考查了相似三角形的应用，通过相交线的性质列出比例式是解题的关键。

15. 【答案】 0

【分析】本题考查了反比例函数解析式，代数式求值。熟练掌握反比例函数解析式，代数式求值是解题的关键。

由题意知， $m = ab$ ， $n = -ab$ ，然后代值求解即可。

【详解】解： \because 点 $A(a, b)$ 在双曲线 $y = \frac{m}{x}$ 上，点 $B(-b, a)$ 在双曲线 $y = \frac{n}{x}$ 上，

$$\therefore m = ab, n = -ab,$$

$$\therefore m + n = 0,$$

故答案为：0.

16. 【答案】 ①. A, B, C (答案不唯一) ②. A, B, E

【分析】(1) 根据三个小区需送快递总数量 ≥ 30 ，需取快递总数量 ≥ 15 ，求解即可；

(2) 先求出第个小区总收益，再比较，选择收益最多的，且又满足需送快递总数量 ≥ 30 ，需取快递总数量 ≥ 15 的三个小区即可。

【详解】解：(1) $\because A$ 小区需送快递数量 15，需取快递数量 6， B 小区需送快递数量 10，需取快递数量 5， C 小区需送快递数量 8，需取快递数量 5，

\therefore 若前往 A, B, C 小区，需取快递数量为 $15 + 10 + 8 = 33 > 30$ ，

需取快递数量为 $6 + 5 + 5 = 16 > 15$ ，

\therefore 前往 A, B, C 小区满足条件，

故答案为： A, B, C (答案不唯一)；

(2) 前往 A 小区收益为： $15 \times 1 + 6 \times 2 = 28$ (元)，

前往 B 小区收益为： $10 \times 1 + 5 \times 2 = 20$ (元)，

前往 C 小区收益为： $8 \times 1 + 5 \times 2 = 18$ (元)，

前往 D 小区收益为： $4 \times 1 + 7 \times 2 = 18$ (元)，

前往 E 小区收益为： $13 \times 1 + 4 \times 2 = 21$ (元)，

$\therefore 28 > 21 > 20 > 18$ ， $15 + 10 + 13 > 30$ ， $6 + 5 + 4 = 15$ ，

\therefore 他的最优方案是前往 A, B, E 小区收益最大，

故答案为： A, B, E 。

【点睛】本题考查有理数混合运算，有理数比较大小，属基础题目，难度不大。

三、解答题（共 68 分，第 17-20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22-23 题，每题 5 分，第 24-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每 7 分）

17. 【答案】 3

【分析】本题考查的是实数的运算，零指数幂的计算法则、特殊角的三角函数值，根据运算法则分别计算出各数，再根据实数混合运算的法则进行计算即可。

【详解】解： $4 \sin 60^\circ + \left(\frac{1}{3}\right)^0 + |-2| - 2 \tan 60^\circ$

$$= 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 + 2 - 2 \times \sqrt{3}$$

$$= 3$$

18. 【答案】 $x_1 = 4, x_2 = 2$

【分析】方程移项，利用完全平方公式配方得到结果，即可求解.

【详解】解： $x^2 - 6x + 8 = 0$,

$$\therefore x^2 - 6x + 9 = -8 + 9,$$

$$\therefore (x-3)^2 = 1,$$

$$\therefore x-3 = 1 \text{ 或 } x-3 = -1,$$

解得： $x_1 = 4, x_2 = 2$.

【点睛】本题考查了解一元二次方程—配方法，掌握完全平方公式是解本题的关键.

19. 【答案】 $x^2 - 2x - 3; -2$

【分析】本题考查了整式的化简求值，能正确根据整式的运算法则进行计算是解此题的关键. 先根据完全平方公式和平方差公式进行计算，合并同类项，求出 $x^2 - 2x = 1$ ，最后代入求出答案即可.

【详解】原式 $= 2(x^2 - 1) - (x^2 + 2x + 1)$

$$= 2x^2 - 2 - x^2 - 2x - 1$$

$$= x^2 - 2x - 3$$

$$\therefore x^2 - 2x - 1 = 0,$$

$$\therefore x^2 - 2x = 1,$$

$$\text{原式} = x^2 - 2x - 3 = 1 - 3 = -2$$

20. 【答案】 (1) 证明见解析

(2) $\frac{8}{3}$

【分析】本题主要考查了相似三角形的判定与性质，解题关键是要懂得找相似三角形，利用相似三角形的性质求解.

(1) 利用两角法证得结论;

(2) 根据相似三角形的对应边成比例列出比例式，代入相关数值计算.

【小问 1 详解】

证明： $\because AC$ 平分 $\angle BAD$,

$$\therefore \angle BAC = \angle CAD.$$

$$\therefore \angle B = \angle ACD,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ACD;$$

【小问 2 详解】

解：∵ $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ ，

$$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC}.$$

$$\because AB=6, AC=4,$$

$$\therefore \frac{4}{6} = \frac{AD}{4}.$$

$$\therefore AD = \frac{8}{3}.$$

21. 【答案】(1) 6 (2) -4

(3) $b \geq -4$

【分析】本题考查了一次函数图象与反比例函数的交点问题，函数与不等式的关系，数形结合是解题的关键.

(1) 由函数图象易得 $A(3,2)$ ，把点 $A(3,2)$ 代入 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ ，即可得到答案；

(2) 把点 $A(3,2)$ 代入函数 $y = 2x + b$ ，求出 b 的值，即可得到答案；

(3) 求得当 $x = 3$ 时，此时直线与 y 轴交点的纵坐标的值，即 b 的值，利用数形结合思想即可求解.

【小问 1 详解】

解：由函数图象得： $A(3,2)$ ，

把点 $A(3,2)$ 代入 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ ，得 $2 = \frac{k}{3}$ ，

解得： $k = 6$ ；

【小问 2 详解】

解：∵ 直线 $y = 2x + b$ 图象经过点 $A(3,2)$ ，

$$\therefore 2 = 2 \times 3 + b,$$

解得： $b = -4$ ；

【小问 3 详解】

解：当 $x = 3$ 时， $b = -4$ ，

∵ 当 $x > 3$ 时，对于 x 的每一个值，一次函数 $y = 2x + b$ 的值大于反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的值，

$$\therefore b \geq -4.$$

22. 【答案】15.8m

【分析】本题考查了解直角三角形的应用中的仰角俯角问题，要求借助仰角构造直角三角形是解题的关键.

【详解】解：依题意可知 $\angle ECF = 45^\circ$ ， $\angle 1 = 22.5^\circ$ ， $FG = CD = 1.7\text{m}$ ，

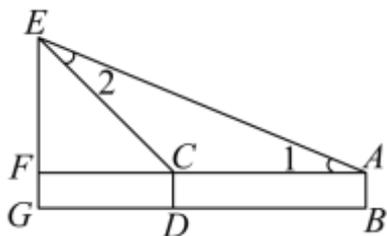
$$\therefore \angle 2 = 22.5^\circ = \angle 1,$$

$$\therefore EC = AC = 20,$$

在 $\text{Rt}\triangle EFC$ 中, $\sin \angle ECF = \frac{EF}{EC}$,

$$\therefore EF = EC \times \sin \angle ECF = 20 \times \sin 45^\circ = 20 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 20 \times 1.414 \times \frac{1}{2} \approx 14.1,$$

$$\therefore EG = EF + FG = 14.1 + 1.7 = 15.8\text{m}.$$



23. 【答案】 $\frac{1}{4}$, 方法详见解析.

【分析】此题考查了树状图法或列表法求概率. 正确画出树状图或列表是解题的关键, 注意概率等于所求情况数与总情况数之比. 通过列表得出共有 4 种等可能的结果, A 、 B 之间电流能够正常通过的结果有 1 种, 再由概率公式求解即可.

【详解】解: 用表列出所有可能出现的结果:

| | | |
|--------------|----------|----------|
| 元件 2 元件 1 | 通电 | 断开 |
| 通电 | (通电, 通电) | (通电, 断开) |
| 断开 | (断开, 通电) | (断开, 断开) |

由表可以看出, 所有可能出现的结果共有 4 种, 每种结果出现的可能性相等, 其中电流能够通过的结果有 1 种,

$$\text{所以 } P(\text{电流能够通过}) = \frac{1}{4}.$$

24. 【答案】(1) 见解析 (2) $AF = \frac{18}{5}$

【分析】(1) 根据垂径定理得到 $CH = DH$, $\angle AHC = \angle AHD = 90^\circ$, 证明 $\triangle ACH \cong \triangle ADH$ (SAS) 即可;

(2) 根据圆周角定理得到 $\angle AMD = \angle ACD$, 由垂径定理得到 $CH = DH = \frac{1}{2}CD = 2$, $\tan \angle AMD = \tan \angle ACD = 2\sqrt{2}$, 求出 $AH = 4\sqrt{2}$, 利用勾股定理得到 $AC = 6$, 根据 $AE \perp AB$, $CD \perp AB$, 得到 $AE \parallel CD$, 结合 DE 是 $\angle ADC$ 的平分线, 推出 $\angle AED = \angle ADE$, 易得 $AE = AD = AC = 6$, 由 $AE \parallel CD$ 证明 $\triangle AEF \sim \triangle CDF$, 得到 $\frac{AE}{CD} = \frac{AF}{FC}$, 即可求解.

【小问 1 详解】

证明：∵ AB 为 $\odot O$ 的直径， $CD \perp AB$ ，

∴ $CH = DH$ ， $\angle AHC = \angle AHD = 90^\circ$ ，

在 $\triangle ACH$ 与 $\triangle ADH$ 中，

$$\begin{cases} CH = DH \\ \angle AHC = \angle AHD = 90^\circ, \\ AH = AH \end{cases}$$

∴ $\triangle ACH \cong \triangle ADH$ (SAS)，

∴ $AC = AD$ ；

【小问 2 详解】

解：∵ $\angle AMD = \angle ACD$ ，

∴ $\tan \angle AMD = \tan \angle ACD = 2\sqrt{2}$ ，

∴ $CH = DH = \frac{1}{2}CD = 2$ ，

∴ $AH = CH \cdot \tan \angle ACD = 4\sqrt{2}$ ，

∴ $AC = \sqrt{AH^2 + CH^2} = 6$ ，

∵ $AE \perp AB$ ， $CD \perp AB$ ，

∴ $AE \parallel CD$ ，

∴ $\angle AED = \angle CDE$ ， $\angle EAC = \angle ACD = \angle ADC$ ，

∵ DE 是 $\angle ADC$ 的平分线，

∴ $\angle CDE = \angle ADE$ ，

∴ $\angle ADE = \angle AED$ ，

∴ $AE = AD = AC = 6$ ，

∵ $AE \parallel CD$ ，

∴ $\triangle AEF \sim \triangle CDF$ ，

∴ $\frac{AE}{CD} = \frac{AF}{FC}$ ，即 $\frac{6}{4} = \frac{AF}{6 - AF}$ ，

∴ $AF = \frac{18}{5}$ 。

【点睛】本题考查了圆与三角形的综合题，垂径定理，圆周角定理，勾股定理，三角形全等的判定与性质，相似三角形的判定与性质，等腰三角形的判定与性质，解直角三角形，熟练掌握垂径定理，圆周角定理，证明三角形相似是解题的关键。

25. 【答案】(1) 续航里程，速度

(2) 见解析 (3) ②③

(4) 40, 100

【分析】本题考查列表法表示函数关系，熟练掌握自变量、因变量的定义.

- (1) 根据表格，由函数定义求解即可；
- (2) 利用表格数据，描点法画函数图象即可；
- (3) 由函数图象即可得出结果；
- (4) 由函数图象即可得出结果.

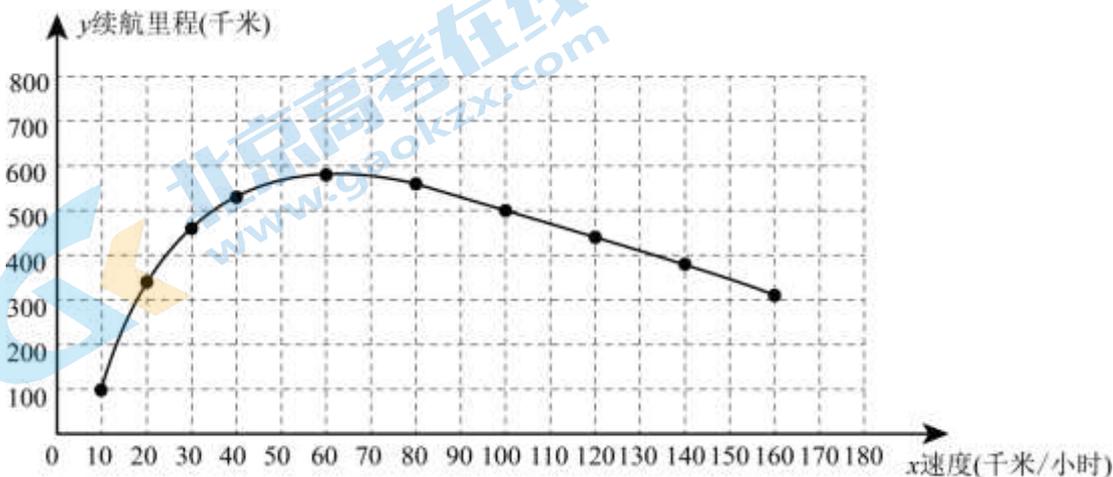
【小问 1 详解】

解：由表格可设续航里程 y ，速度为 x ，

故答案为：续航里程，速度；

【小问 2 详解】

解：函数图象如图所示：



【小问 3 详解】

解：根据函数图象得：当 $10 < x < 60$ 时， y 随 x 的增大而增大，当 $60 < x < 160$ 时， y 随 x 的增大而减小；

当汽车的速度在 60 千米/小时左右时，汽车的续航里程大；

汽车的速度过快或过慢时，汽车的续航里程都会变小；

正确的有：②③，

故答案为：②③；

【小问 4 详解】

解：根据函数图象得：想要该车辆的续航里程保持在 500 千米以上，该车的车速大约控制在 40 至 100 千米/小时范围内，

故答案为：40，100.

26. 【答案】(1) $x = m$

(2) 4 (3) $m \leq -1$

【分析】本题考查了二次函数的性质，解题的关键是理解题意，掌握二次函数的性质.

(1) 根据二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 对称轴公式 $x = -\frac{b}{2a}$ 即可求解；

(2) 由题意得二次函数解析式 $y = x^2 - 2x$ ，二次函数图象开口向上，则函数关于 $x = 1$ 对称，则 $x = 1$ 时， y 有最小值， $x = 3$ 时， y 有最大值，即可求出 y_G ；

(3) 由题意得, 二次函数图象开口向上, 根据 $y_G > y_1 - y_2$, 可得点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 在函数对称轴的同侧, 由 $x_1 = 2m - 1$, $x_2 = 2m + 1$, 易得 $x_1 < x_2$, 则点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 在函数对称轴的左侧, 求解即可.

【小问 1 详解】

解: \because 二次函数 $y = x^2 - 2mx$ 中, $a = 1, b = -2m$,

\therefore 这个二次函数的对称轴为: $x = -\frac{-2m}{2 \times 1} = m$;

【小问 2 详解】

解: $\because m = 1$,

\therefore 这个二次函数的对称轴为: $x = 1$, 二次函数图象开口向上,

$\therefore x_1 = 0, x_2 = 3$,

$\therefore x = 1$ 时, y 有最小值, 最小值为: $y = 1^2 - 2 \times 1 = -1$,

$x = 3$ 时, y 有最大值, 最大值为: $y = 3^2 - 2 \times 3 = 3$,

$\therefore y_G = 3 - (-1) = 4$;

【小问 3 详解】

解: \because 二次函数图象开口向上, $y_G > y_1 - y_2$,

$\therefore y_1$ 为图象 G 的最大值, y_2 为图象 G 的最小值,

\therefore 点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 在函数对称轴的同侧,

$\therefore x_1 = 2m - 1, x_2 = 2m + 1$, 即 $2m + 1 > 2m - 1$,

$\therefore x_1 < x_2$,

\therefore 点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 在函数对称轴的左侧,

$\therefore 2m + 1 \leq m$,

解得: $m \leq -1$.

27. **【答案】**(1) 见解析 (2) $\angle EAD = \angle ECF$, 证明见解析

(3) $\angle CFD = 45^\circ$, 证明见解析

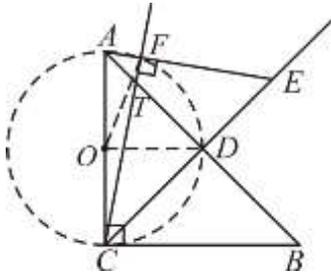
【分析】(1) 根据题意补全图形即可;

(2) 根据 $AC = BC$, $\angle ACB = 90^\circ$, D 为 AB 边中点, 得到 $\angle ADE = \angle ADC = 90^\circ$, 由直角三角形的特征即可证明 $\angle EAD = \angle ECF$;

(3) 取 AC 的中点 O , 连接 OF, OD , 证明 A, C, D, F 四点共圆, 利用圆周角定理证明.

【小问 1 详解】

解: 如图所示, 补全图形:



【小问 2 详解】

$$\angle EAD = \angle ECF,$$

证明: $\because AC = BC, \angle ACB = 90^\circ,$

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰直角三角形,

$\therefore D$ 为 AB 边中点,

$\therefore CD \perp AB,$

$\therefore \angle ADE = \angle ADC = 90^\circ,$

$\therefore \angle EAD + \angle AEC = \angle ECF + \angle AEC = 90^\circ,$

$\therefore \angle EAD = \angle ECF;$

【小问 3 详解】

$$\angle CFD = 45^\circ,$$

证明: 理由: 取 AC 的中点 O , 连接 $OF, OD,$

$\because \angle AFC = \angle ADC = 90^\circ, AO = OC$

$\therefore OF = OA = OD = OC,$

$\therefore A, C, D, F$ 四点共圆,

$\therefore \angle CFD = \angle CAB,$

$\because AC = BC, \angle ACB = 90^\circ,$

$\therefore \angle CAB = 45^\circ,$

$\therefore \angle CFD = 45^\circ.$

【点睛】本题考查作图-复杂作图, 等腰直角三角形的性质, 四点共圆, 圆周角定理等知识, 解题的关键是学会添加常用辅助线, 再利用四点共圆解决问题.

28. 【答案】(1) $EF, GH.$

(2) ①4; ② $m \geq 4 + 2\sqrt{2}$ 或 $m \leq -4 - 2\sqrt{2}$

【分析】(1) 根据坐标得 $AB \parallel CD \parallel EF \parallel GH$, 且平行线之间的距离相等, 结合“映图”定义有线段 AB 的“映图”大于或等于 AB , 即可求答案;

(2) ①根据直线 $y = -x + 3\sqrt{2}$ 得 $OM = ON = 3\sqrt{2}$, 有 $\angle MNO = 45^\circ$, 过 O 作 MN 的垂线交 $\odot O$ 与 P', P'' , 交 MN 于点 Q , 可得 OQ , 进一步得 $P'Q$ 和 $P''Q$, 结合映距定义即可求得; ② (a) 当 $m > 0$ 时, 过点 O 作直线的垂线, 垂足为 K , 分别交 $\odot O$ 与点 M, N , 设 $\odot O$ 与 x 轴交于点 C, D , 与 y 轴交于点 E, F , 可知 $\odot O$ 关于直线 $y = -x + m$ 的映距 d 的最小值为 NK , 设直线 $y = -x + m$ 与坐标轴交于点 A, B , 有 $\triangle OAB$ 和 $\triangle OAK$ 为等腰直角三角形, 且 OK 和 NK , 再结合 $\odot O$ 上的点到端点 A 和 B 的最小距

离为 CA 和 EB ，即可求得 m ；(b) 当 $m < 0$ 时，同理可求得 m 。

【小问 1 详解】

解：由题意得， $AB \parallel CD \parallel EF \parallel GH$ ，且平行线之间的距离相等，

\because 若存在常数 d ，使得图形 G_1 上的任意一点 P ，在图形 G_2 上至少能找到一个点 Q ，满足 $PQ = d$ ，则称图形 G_2 是图形 G_1 的“映图”，

\therefore 线段 AB 的“映图”大于或等于 AB ，且“映距” d 的最小值为两条平行线段的距离，

\therefore 线段 AB 的“映图”为： EF ， GH ，

故答案为： EF ， GH ；

【小问 2 详解】

① 记直线 $y = -x + 3\sqrt{2}$ 与 y 轴， x 轴分别交于点 M ， N ，

令 $x = 0$ ，得 $y = 3\sqrt{2}$ 。即 $M(0, 3\sqrt{2})$ 。所以 $OM = 3\sqrt{2}$ 。

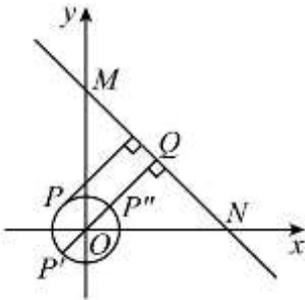
令 $y = 0$ ，得 $x = 3\sqrt{2}$ 。即 $N(3\sqrt{2}, 0)$ 。所以 $ON = 3\sqrt{2}$ 。

则 $OM = ON$ 。

又 \because 平面直角坐标系， x 轴与 y 轴垂直，

$\therefore \angle MNO = 45^\circ$ 。

过 O 作 MN 的垂线交 $\odot O$ 与 P' ， P'' ，交 MN 于点 Q ，如图，



在 $Rt\triangle ONQ$ 中， $OQ = ON \cdot \sin \angle MNO = 3\sqrt{2} \times \sin 45^\circ = 3$ 。

则 $P'Q = 4$ ， $P''Q = 2$

当点 P 在 P'' 位置时， P 到直线 MN 上每一点的距离大于等于 2；

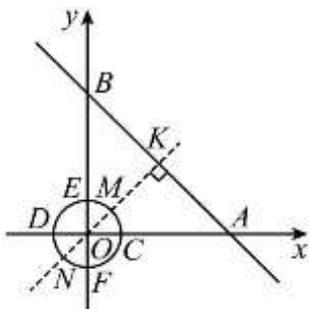
当点 P 在 P' 位置时， P 到直线 MN 上每一点的距离大于等于 4，

所以，根据 $\odot O$ 上任意一点 P 都能在直线上找到对应点 Q ，满足 $PQ = d$ ，则 $d \geq 4$ 。

故 $\odot O$ 关于直线 $y = -x + 3\sqrt{2}$ 的映距 d 的最小值为 4。

② (a) 当 $m > 0$ 时，过点 O 作直线 $y = -x + m$ ($m \neq 0$) 的垂线，垂足为 K ，分别交 $\odot O$ 与点 M ， N ，设

$\odot O$ 与 x 轴交于点 C ， D ，与 y 轴交于点 E ， F ，如图



根据①知， $\odot O$ 关于直线 $y = -x + m$ 的映距 d 的最小值为 NK ，设直线 $y = -x + m$ 与坐标轴交于点 A ， B ，

令 $x = 0$ ，则 $y = m$ ，令 $y = 0$ ，则 $x = m$ ，则 $A(m, 0)$ ， $B(0, m)$ ，

那么， $OA = OB = m$ ，

故 $\triangle OAB$ 为等腰直角三角形，

$\therefore \angle OAB = \angle OBA = 45^\circ$ ，

$\therefore OK \perp AB$ ，

$\therefore \triangle OAK$ 为等腰直角三角形，

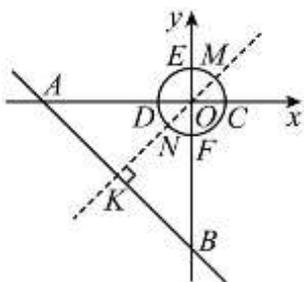
$\therefore OK = \frac{\sqrt{2}}{2} OA = \frac{\sqrt{2}}{2} m$ ，

则 $NK = ON + OK = \frac{\sqrt{2}}{2} m + 1$ ，

\therefore 直线 $y = -x + m$ 被坐标轴所截的线段是 $\odot O$ 的映图， $\odot O$ 上的点到端点 A ， B 的最小距离为 $CA = EB = m - 1$ ，

$\therefore m - 1 \geq \frac{\sqrt{2}}{2} m + 1$ ，解得 $m \geq 4 + 2\sqrt{2}$ ，

(b) 当 $m < 0$ 时，过点 O 作直线 $y = -x + m$ 的垂线，垂足为 K ，分别交 O 与点 M ， N ，设 $\odot O$ 与 x 轴交于点 C ， D ，与 y 轴交于点 E ， F ，如图，



同理可得： $m \leq -4 - 2\sqrt{2}$ 。

综上，若直线 $y = -x + m$ 被坐标轴所截的线段是 $\odot O$ 的映图， m 的取值范围 $m \geq 4 + 2\sqrt{2}$ 或 $m \leq -4 - 2\sqrt{2}$ 。

【点睛】 本题主要考查新定义下圆的有关性质，涉及平行线的性质、等腰直角三角形的性质、一次函数的性质，一次函数图象上点的坐标的特征，解题的关键是理解新定义，并熟练应用圆和直线的性质。

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 50W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数千场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

推荐大家关注北京高考在线网站官方微信公众号：**京考一点通**，我们会持续为大家整理分享最新的高中升学资讯、政策解读、热门试题答案、招生通知等内容！

