达州市普通高中 2022 届第二次诊断性测试

数学试题（理科）

（考试时间 120 分钟，满分 150 分）

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号．回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷无效.

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．已知集合 $A=\{x\in\mathbf{Z}\,|-1\leqslant x\leqslant 3\}$，$B=\{x\,|\,x\geqslant 0\}$，则 $A\cap B=$

A．$[1,\ 2]$　　B．$\{1,\ 2,\ 3\}$　　C．$[0,\ 3]$　　D．$\{0,\ 1,\ 2,\ 3\}$

2．复数 z 满足 $z\mathrm{i}=\sqrt{2}-\mathrm{i}$，则 $|z|=$

A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．2

3．已知随机变量 $\xi\sim N(1,\ \sigma^2)(\sigma>0)$，若 $P(1<\xi\leqslant 4)=0.32$，则 $P(\xi>4)=$

A．0.18　　B．0.36　　C．0.32　　D．0.16

4．过抛物线 $y^2=4x$ 焦点 F 的直线与圆 $x^2+y^2-12x+27=0$ 相切于点 P，则 $|PF|=$

A．3　　B．$2\sqrt{3}$　　C．4　　D．$3\sqrt{2}$

5．将函数 $f(x)=\sin x-\sqrt{3}\cos x$ 图象上所有点向左平移 $a(a>0)$ 个单位长度，得到函数 $g(x)$ 的图象，若 $g(x)$ 是奇函数，则 a 的最小值是

A．$\dfrac{5\pi}{12}$　　B．$\dfrac{5\pi}{6}$　　C．$\dfrac{\pi}{6}$　　D．$\dfrac{\pi}{3}$

6．设 m、n 是两条不同的直线，α、β 是两个不同的平面，则下列为假命题的是

A．若 $m\perp\alpha$，$n\,/\!/\,\alpha$，则 $m\perp n$

B．若 $m\,/\!/\,\alpha$，$m\,/\!/\,\beta$，$\alpha\cap\beta=n$，则 $m\,/\!/\,n$

C．若 $\alpha\,/\!/\,\beta$，$m\,/\!/\,\alpha$，则 $m\,/\!/\,\beta$

D．若 $m\perp\alpha$，$n\perp\beta$，$m\,/\!/\,n$，则 $\alpha\,/\!/\,\beta$

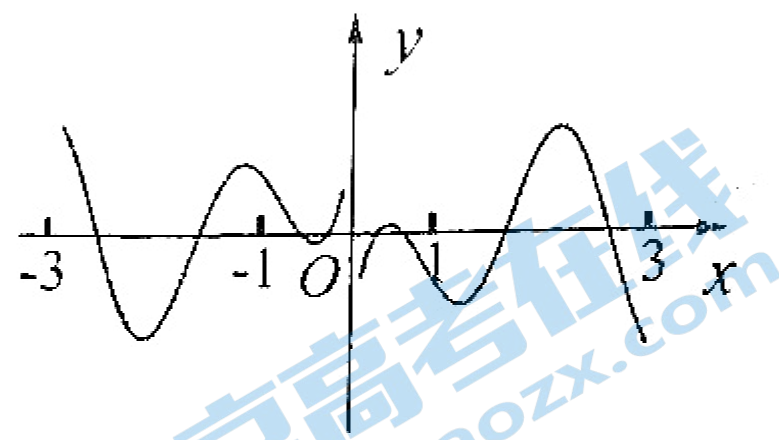
7．1707 年 Euler 发现了指数与对数的互逆关系：当 $a>0$，$a\neq 1$ 时，$a^x=N$ 等价于 $x=\log_a N$．若 $\mathrm{e}^x=12.5$，$\lg 2\approx 0.3010$，$\lg\mathrm{e}\approx 0.4343$，则 x 的值约为

A．3.2190　　B．2.3256　　C．2.5259　　D．2.7316

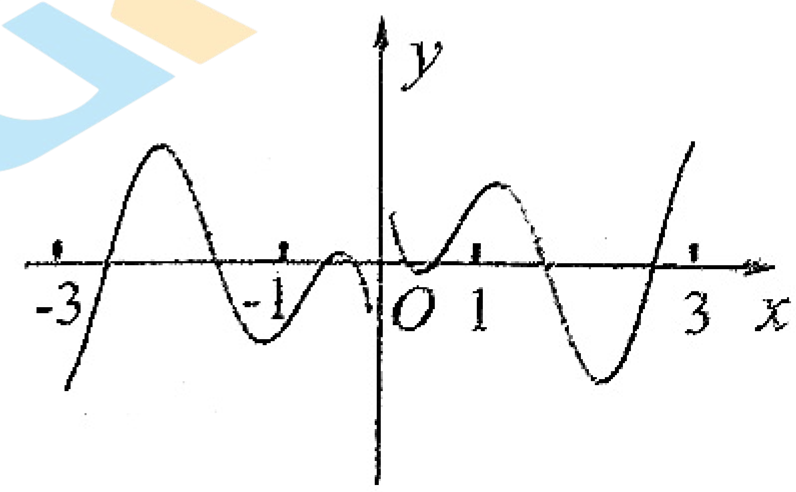
8．已知单调递增数列$\{a_n\}$满足$a_n=\begin{cases}m^{n-9}, & n\geqslant 10,\\ (\frac{2m}{9}+1)n-21, & n<10.\end{cases}$则实数$m$的取值范围是

A．$[12, +\infty)$　　B．$(1, 12)$　　C．$(1, 9)$　　D．$[9, +\infty)$

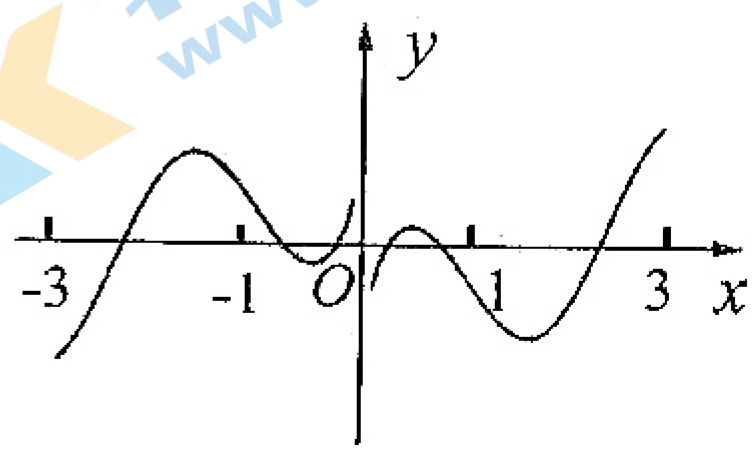
9．函数$f(x)=\dfrac{x(\cos 3x)\ln|4x|}{|2x|}$的部分图象大致为



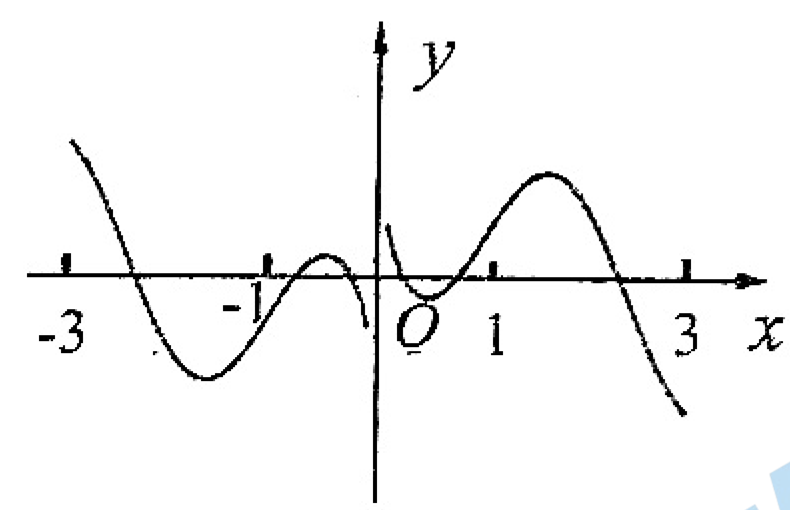
A.



B.



C.



D.

10．已知$a=\log_{0.2}6$，$b=\log_{3}6$，则

A．$b+2a>b-2a>ab$　　B．$b-2a>ab>b+2a$

C．$ab>b-2a>b+2a$　　D．$b-2a>b+2a>ab$

11．函数$f(x)=x+\dfrac{4}{x+1}+3(x>-1)$的最小值为$m$，则直线$5x+3y-15=0$与曲线$\dfrac{x|x|}{m+3}+\dfrac{y|y|}{m+19}=1$的交点个数为

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

12．设$f(x)=\dfrac{\sin 2x\cos 2x+\frac{3}{2}}{\cos 4x}$，则下列说法正确的是

A．$f(x)$值域为$(-\infty, -\frac{3}{2}]\cup[\frac{3}{2}, +\infty)$　　B．$f(x)$在$(0, \frac{\pi}{16})$上单调递增

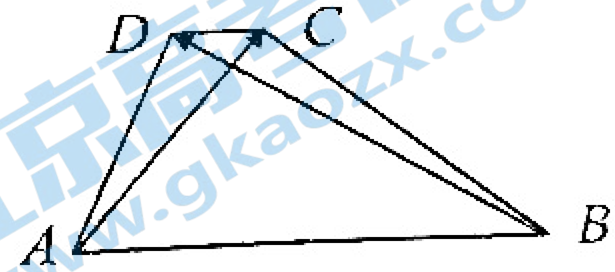
C．$f(x)$在$(-\frac{\pi}{8}, 0)$上单调递减　　D．$f(x)=f(x+\frac{\pi}{4})$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13．$(\sqrt{x}-3)^7$ 的展开式中 x^3 的系数为________．

14．函数 $f(x)$ 满足：①定义域为 $\mathbf{R}$，② $f(-x)+f(x)=0$，③ $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>0$．

请写出满足上述条件的一个函数 $f(x)$，$f(x)=$________．



15．如图，在梯形 $ABCD$ 中，$AB\,//\,DC$，$AB=10$，$BC=7$，$CD=2$，$AD=5$，则 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=$________．

16．在棱长为4的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，M，N 分别为 D_1C_1，B_1C_1 的中点，G 为正方体棱上一动点．下列说法中所有正确的序号是________．

①G 在 AB 上运动时，存在某个位置，使得 MG 与 A_1D 所成角为 $60°$；

②G 在 AB 上运动时，MG 与 CC_1 所成角的最大正弦值为 $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$；

③G 在 AA_1 上运动且 $AG=\dfrac{1}{3}GA_1$ 时，过 G，M，N 三点的平面截正方体所得多边形的周长为 $8\sqrt{5}+2\sqrt{2}$；

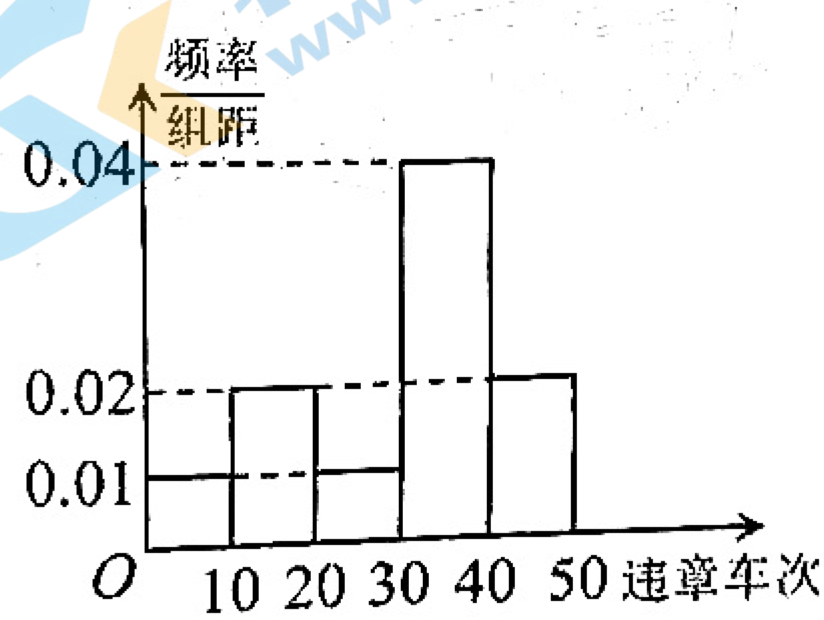
④G 在 CC_1 上运动时（G 不与 C_1 重合），若点 G，M，N，C_1 在同一球面上，则该球表面积最大值为 24π．

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共 60 分．

17．(12 分)

为配合创建文明城市，某市交警支队全面启动路口秩序综合治理，重点整治机动车不礼让行人的行为．经过一段时间的治理，从市交警队数据库中调取了10个路口的车辆违章数据，根据这10个路口的违章车次的数量绘制如下的频率分布直方图，数据中凡违章车次超过40次的路口设为“重点关注路口”．



(1)根据直方图估计这10个路口的违章车次的平均数；

(2)现从支队派遣3位交警去违章车次在 $[30,\ 50]$ 的路口执勤，每人选择一个路口，每个路口至多1人，设去“重点关注路口”的交警人数为 X，求 X 的分布列及数学期望．

18．(12 分)

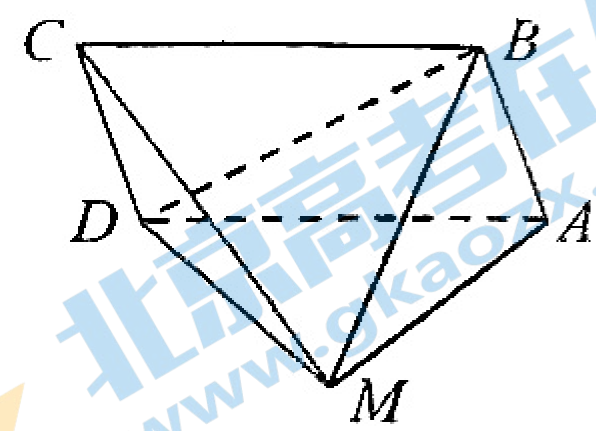
已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，$a_{n+1}=a_n+2$，S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和．

(1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2)设 $b_n=(-1)^n S_n$，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n 满足 $T_n-mn^2>0$ 对一切正奇数 n 恒成立，求实数 m 的取值范围．

19．(12分)

在四棱锥$M-ABCD$中，四边形$ABCD$为平行四边形，$\triangle ADM$是等边三角形，$BD\perp MA$.



(1)证明：$BM=BA$；

(2)若$BM\perp BA$，$BD=AD=2$，求二面角$B-MC-D$的正弦值.

20．(12分)

已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，过$C$的右顶点$A$的直线$l$与$C$的另一交点为$P$．当$P$为$C$的上顶点时，原点到$l$的距离为$\frac{2\sqrt{5}}{5}$．

(1)求C的标准方程；

(2)过A与l垂直的直线交抛物线$y^2=8x$于M，N两点，求$\triangle PMN$面积的最小值.

21．(12分)

已知：$f(x)=e^x+mx$.

(1)当$m=1$时，求曲线$y=f(x)$的斜率为2的切线方程；

(2)当$x\geqslant 0$时，$f(x)\geqslant\frac{1}{2}x^2+\frac{m^2}{2}-\frac{3}{2}$恒成立，求实数$m$的范围.

（二）选考题：共10分．请考生在第22、23题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分．

22．[选修4-4：坐标系与参数方程](10分)

在平面直角坐标系中，曲线C的参数方程为$\begin{cases}x=2\cos\theta,\\ y=2\sin\theta\end{cases}$($\theta$为参数)，直线$l$的参数方程为$\begin{cases}x=-1+\frac{\sqrt{2}}{2}t,\\ y=\frac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$($t$为参数)．

(1)写出曲线C与直线l的普通方程；

(2)设当$t=0$时l上的点为M，点N在曲线C上．以坐标原点O为极点，x轴正半轴为极轴建立极坐标系，求线段MN中点P的轨迹的极坐标方程．

23．[选修4-5：不等式选讲](10分)

设函数$f(x)=|x-4|+|x+2|$.

(1)求$f(x)$的最小值m；

(2)设正数x，y，z满足$3x+2y+z=\frac{m}{3}$，证明：$\frac{3}{x+1}+\frac{2}{y+2}+\frac{1}{z+3}\geqslant 3$.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。