

一、选择题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

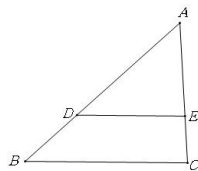
下面各题均有四个选项, 其中只有一个是符合题意的.

1. 如果 $3x = 5y$, 则下列比例式成立的是

- (A) $\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$; (B) $\frac{x}{y} = \frac{5}{3}$; (C) $\frac{x}{3} = \frac{y}{5}$; (D) $\frac{3}{x} = \frac{5}{y}$.

2. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, $\frac{AD}{BD} = 2$, 若 $AE=6$, 则 EC 的值为 ()

- (A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) 9

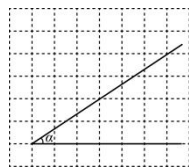


3. 将抛物线 $y = 2x^2$ 的图象先向右平移 2 个单位, 再向上平移 3 个单位后, 得到的抛物线的表达式是

- (A) $y = 2(x-2)^2 - 3$ (B) $y = 2(x+2)^2 - 3$
(C) $y = 2(x-2)^2 + 3$ (D) $y = 2(x+2)^2 + 3$

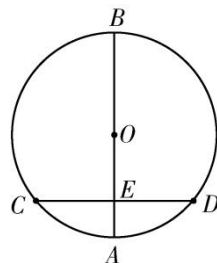
4. 如图, 角 α 在边长为 1 的正方形网格中, 则 $\tan \alpha$ 的值是

- (A) $\frac{2}{3}$; (B) $\frac{3\sqrt{13}}{13}$; (C) $\frac{2\sqrt{13}}{13}$; (D) $\frac{3}{2}$.



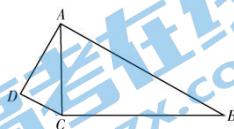
5. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$, 垂足为点 E , 若 $\odot O$ 的半径为 5, $CD=8$, 则 AE 的长为

- (A) 3; (B) 2; (C) 1; (D) $\sqrt{3}$.



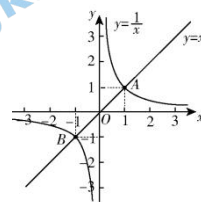
6. 如图, $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle B=30^\circ$, 作 $\angle CAD=30^\circ$, $CD \perp AD$ 于 D , 若 $\triangle ADC$ 的面积为 1, 则 $\triangle ABC$ 的面积为

- (A) 2; (B) 3; (C) 4; (D) 8.



7. 为了解不等式 " $\frac{1}{m} < m$ ", 明明绘制了如图所示的函数图象, 通过观察图象, 该不等式的解集为

- (A) $m > 1$; (B) $m < -1$; (C) $m < -1$ 或 $0 < m < 1$; (D) $m > 1$ 或 $-1 < m < 0$



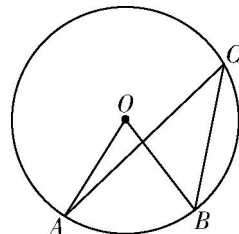
8. 用长为 2 米的绳子围成一个矩形, 它的一边长为 x 米, 设它的面积为 S 平方米, 则 S 与 x 的函数关系为

- (A) 正比例函数关系 (B) 反比例函数关系
(C) 一次函数关系 (D) 二次函数关系

二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

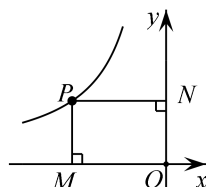
9. 函数 $y = \frac{1}{x-2}$ 的自变量 x 的取值范围是_____.

10. 如图: 在 $\odot O$ 中, A, B, C 是 $\odot O$ 上三点, 如果 $\angle AOB=70^\circ$, 那么 $\angle C$ 的度数为_____.



11. 如图, 若点 P 在反比例函数 $y = -\frac{3}{x} (x < 0)$ 的图象上,

过点 P 作 $PM \perp x$ 轴于点 M , $PN \perp y$ 轴于点 N , 则矩形 $PMON$ 的面积为_____.



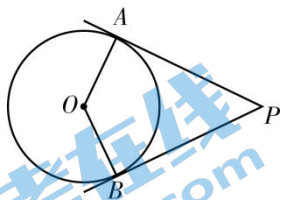
12. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 如果 $\cos A=\frac{1}{3}$, $AC=2$, 那么 AB 的长为_____.

13. 如图, 小明在地面上放了一个平面镜, 选择合适的位置, 刚好在平面镜中看到旗杆的顶部, 此时小明与平面镜的水平距离为 2m , 旗杆底部与平面镜的水平距离为 12m . 若小明的眼睛与地面的距离为 1.5m , 则旗杆的高度为_____。(单位: m)



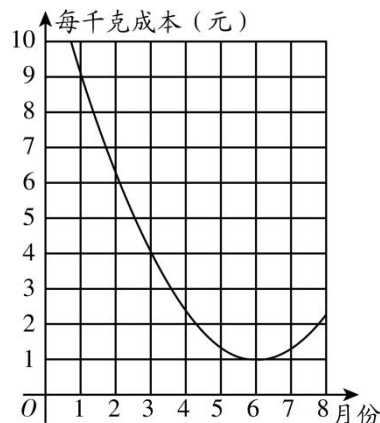
14. 二次函数 $y=x^2-2x+k$ 的图象与 x 轴有两个交点, 则 k 的取值范围是_____.

15. 如图, PA, PB 是 $\odot O$ 的切线, A, B 是切点. 若 $\angle P=50^\circ$, 则 $\angle AOB=$ _____.



16. 某地的药材批发公司指导农民养殖和销售某种药材, 经市场调研发现 1-8 月份这种药材售价(元)与月份之间存在如下表所示的一次函数关系, 同时, 每千克的成本价(元)与月份之间近似满足如右图所示的抛物线, 观察两幅图表, 试判断_____月份出售这种药材获利最大.

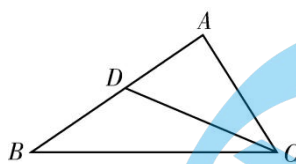
月份	...	3	6	...
每千克售价	...	8	6	...



三、解答题(本题共 68 分, 第 17~22 题, 每小题 5 分, 第 23~26 题, 每小题 6 分, 第 27、28 题, 每小题 7 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

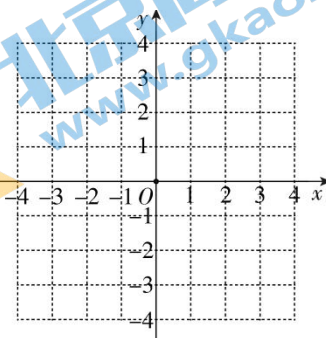
17. 计算: $|\sqrt{3}| + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - \sqrt{12} + 2\cos 30^\circ$.

18 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在 AB 边上, $\angle ACD = \angle ABC$,



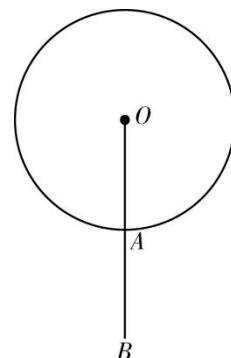
- (1) 求证: $\triangle ACD \sim \triangle ABC$
- (2) 若 $AD=2, AB=5$. 求 AC 的长.

19. 已知二次函数 $y=x^2+2x-3$.



- (1) 求该二次函数图象的顶点坐标;
- (2) 求该二次函数图象与 x 轴、 y 轴的交点;
- (3) 在平面直角坐标系 xOy 中, 画出二次函数 $y=x^2+2x-3$ 的图象;
- (4) 结合函数图象, 直接写出当 $y < 0$ 时, x 的取值范围.

20. 如图, A 是 $\odot O$ 上一点, 过点 A 作 $\odot O$ 的切线.



- (1) ①连接 OA 并延长, 使 $AB=OA$;
- ②作线段 OB 的垂直平分线;

使用直尺和圆规, 在图中作 OB 的垂直平分线 l (保留作图痕迹);

(2)直线 l 即为所求作的切线, 完成如下证明.

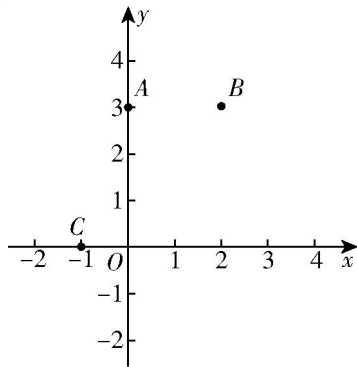
证明: 在 $\odot O$ 中, \because 直线 l 垂直平分 OB

\therefore 直线 l 经过半径 OA 的外端, 且 _____,

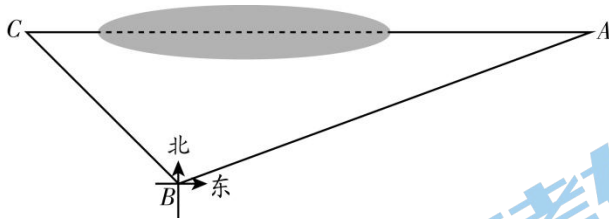
\therefore 直线 l 是 $\odot O$ 的切线(_____) (填推理的依据).

21. 如图, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象过点 $A(0, 3)$, $B(2, 3)$, $C(-1, 0)$ 则

- (1) 该抛物线的对称轴为 _____;
- (2) 该抛物线与 x 轴的另一个交点为 _____;
- (3) 求该抛物线的表达式.



22. 因为一条湖的阻断, 无法测量 AC 两地之间的距离, 在湖的一侧取点 B , 使得点 A 恰好位于点 B 北偏东 70° 方向处, 点 C 恰好位于点 B 的西北方向上, 若经过测量, $AB=10$ 千米. 你能否经过计算得出 AC 之间的距离. (精确到 0.1, 参考数据: $\sin 70^\circ \approx 0.94$, $\cos 70^\circ \approx 0.34$)



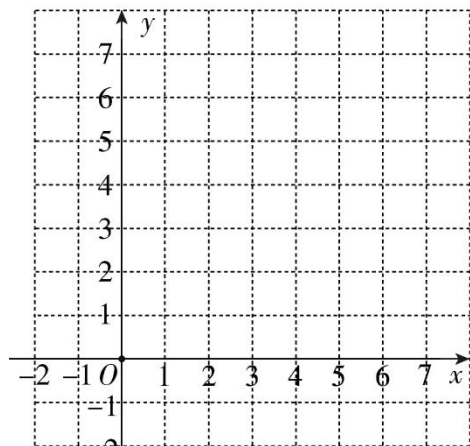
23. 在平面直角坐标系 xOy 中, 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象与直线 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 交于点 $A(2, a)$.

(1) 求 a 、 k 的值;

(2) 已知点 $P(n, 0) (n > 0)$, 过点 P 作垂直于 x 轴的直线, 与反比例函数图象交于点 B , 与直线交于点 C . 横、纵坐标都是整数的点叫做整点. 记反比例函数图象在点 A , B 之间的部分与线段 AC , BC 围成的区域 (不含边界) 为 W .

① 当 $n=5$ 时, 直接写出区域 W 内的整点个数;

② 若区域 W 内的整点恰好为 2 个, 结合函数图象, 直接写出 n 的取值范围.

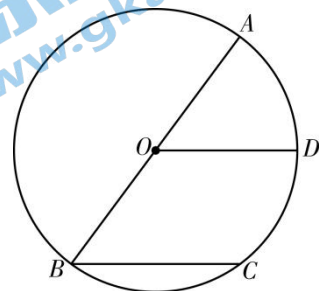


24. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 是 $\odot O$ 上一点, 连接 BC, 半径 OD \parallel 弦 BC,

(1) 求证: 弧 AD=弧 CD;

(2) 连接 AC、BD 相交于点 F, AC 与 OD 相交于点 E, 连接 CD, 若 $\odot O$ 的半径为 5, BC=6,

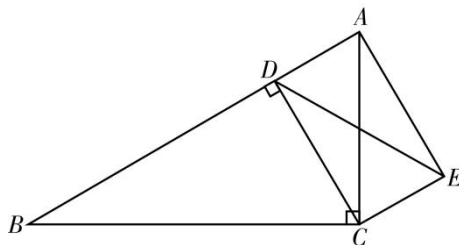
求 CD 和 EF 的长.



25. 如图, 在 Rt $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $CD \perp AB$ 于 D, 过点 C 作 $CE \parallel AB$, 过点 A 作 $AE \parallel CD$, 两线相交于点 E, 连接 DE.

(1) 求证: 四边形 AECD 是矩形;

(2) 若 $BD=4\sqrt{5}$, $\sin \angle ACE = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, 求 DE 的长.

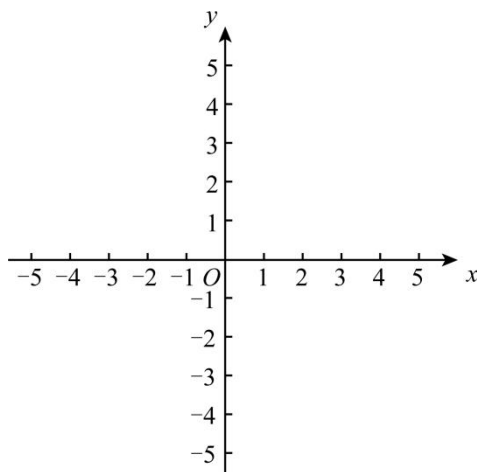


26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + a - 2 (a > 0)$ 的对称轴是直线 $x=1$.

(1) 用含 a 的式子表示 b;

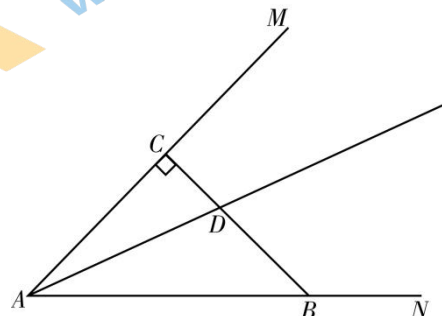
(2) 若当 $-2 \leq x \leq 3$ 时, y 的最大值是 7, 求 a 的值;

(3) 若点 A (-2, m) B (3, n) 为抛物线上两点, 且 $mn < 0$, 求 a 的取值范围.



27. 如图, $\angle MAN=45^\circ$, B 是射线 AN 上一点, 过 B 作 $BC \perp AM$ 于点 C , 点 D 是 BC 上一点, 作射线 AD , 过 B 作 $BE \perp AD$ 于点 E , 连接 CE .

- (1) 依题意补全图形;
- (2) 求证: $\angle CAE = \angle DBE$;
- (3) 用等式表示线段 CE 、 BE 、 AE 的数量关系, 并证明.

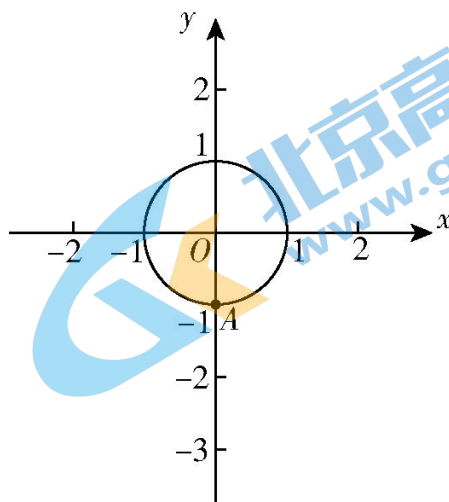
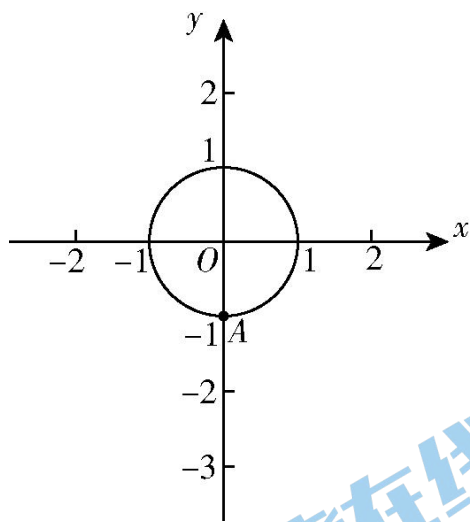


28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(0, -1)$, 以 O 为圆心, OA 长为半径画圆, P 为平面上一点, 若存在 $\odot O$ 上一点 B , 使得点 P 关于直线 AB 的对称点在 $\odot O$ 上, 则称点 P 是 $\odot O$ 的以 A 为中心的“关联点”.

(1) 如图, 点 $P_1(-1, 0)$, $P_2(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, $P_3(0, \frac{6}{5})$ 中, $\odot O$ 的以点 A 为中心的“关联点”是_____;

(2) 已知点 $P(m, 0)$ 为 x 轴上一点, 若点 P 是 $\odot O$ 的以 A 为中心的“关联点”, 直接写出 m 的取值范围;

(3) C 为坐标轴上一点, 以 OC 为一边作等边 $\triangle OCD$, 若 CD 边上至少有一个点是 $\odot O$ 的以点 A 为中心的“关联点”, 求 CD 长的最大值.



平谷区 2020~2021 学年度第一学期期末质量监控试卷评分标准

初三数学

2022 年 1 月

一、选择题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	A	C	A	B	C	D	D

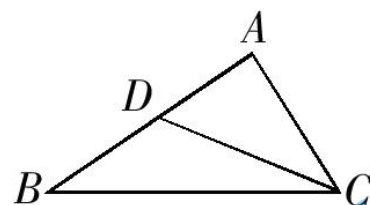
二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

题号	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	$x \neq 2$	35°	3	6	9	$k < 1$	130°	5

三、解答题 (本题共 68 分, 第 17~22 题, 每小题 5 分, 第 23~26 题, 每小题 6 分, 第 27、28 题, 每小题 7 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解: $=\sqrt{3}+2-2\sqrt{3}+2\times\frac{\sqrt{3}}{2}$ 4
 $=2$ 5

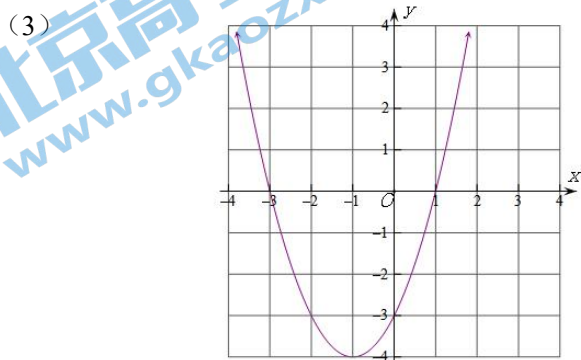
18. (1) 证明: $\because \angle ACD = \angle ABC$ 1
 $\angle A = \angle A$
 $\therefore \triangle ACD \sim \triangle ABC$ 2



(2) $\because \triangle ACD \sim \triangle ABC$
 $\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC}$ 3
 $\because AD=2, AB=5$
 $\therefore \frac{AC}{5} = \frac{2}{AC}$ 4
 $\therefore AC^2=10$
 $\therefore AC = \sqrt{10}$ 5

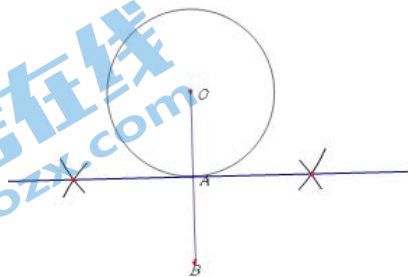
19. (1) $y = x^2 + 2x - 3 = (x+1)^2 - 4$
 \therefore 顶点坐标 $(-1, -4)$ 1

(2) 令 $y=0, x^2 + 2x - 3 = 0$
 $x_1 = -3, x_2 = 1$
 \therefore 抛物线与 x 轴的交点为 $(-3, 0)$ $(1, 0)$
 2
 抛物线与 y 轴交点为 $(0, -3)$



..... 4
(4) $-3 < x < 1$

..... 5
20. (1) 使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）：..... 2



(2) 完成下面的证明

证明：在 $\odot O$ 中， \because 直线 l 垂直平分 OB

\therefore 直线 l 经过半径 OA 的外端，且 $l \perp OA$ ，..... 3

\therefore 直线 l 是 $\odot O$ 的切线(经过半径的外端并且垂直于半径的直线是圆的切线) .

..... 5
21. (1) 该抛物线的对称轴为 $x=-1$;
..... 1

(2) 该抛物线与 x 轴的另一个交点为 $(3,0)$;
..... 2

(3) \because 抛物线过点 $(0,3)$ 、 $(-1,0)$ 、 $(2,3)$

设二次函数的解析式为 $y = ax^2 + bx + 3(a \neq 0)$

由题意得，
$$\begin{cases} a - b + 3 = 0 \\ 4a + 2b + 3 = 3 \end{cases}$$

解得，
$$\begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \\ c = 3 \end{cases}$$

$\therefore y = -x^2 + 2x + 3$ 5

(若设顶点式, 求得解析式为 $y = -(x-1)^2 + 4$ 则 a、h、k 对应各 1 分)

22. 解: (1) 过 B 作 $BH \perp AC$ 于 H, 由题意,

$\angle BHC = \angle BHA = 90^\circ$, $\angle ABH = 70^\circ$, $\angle CBH = 45^\circ$, $AB = 10$

..... 1

在 $Rt\triangle ABH$ 中,

$$\therefore \sin \angle ABH = \frac{AH}{AB} \approx 0.94$$

$$\therefore AH = 9.4 \dots\dots\dots 2$$

$$\therefore \cos \angle ABH = \frac{BH}{AB} \approx 0.34$$

$$\therefore BH = 3.4 \dots\dots\dots 3$$

在 $Rt\triangle BHC$ 中,

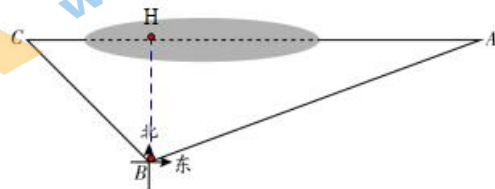
$\therefore \angle BHC = 90^\circ$,

$\angle HBC = \angle C = 45^\circ$

$$\therefore CH = BH = 3.4 \dots\dots\dots 4$$

$$\therefore AC = 9.4 + 3.4 = 12.8 \text{ (千米)} \dots\dots\dots 5$$

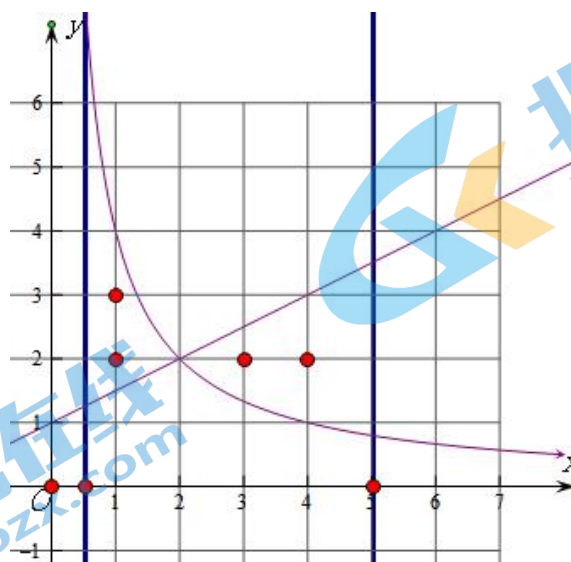
答: AC 之间的距离约为 12.8 千米.
(若学生用勾股定理, 近似数据同样给分)



23. 解: (1) $a=2, k=4$ 2

(2) ① 2 3

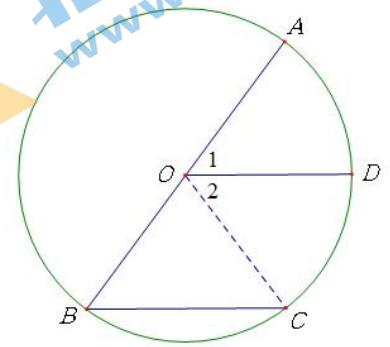
② $4 < n \leq 5$ 或 $0 < n < 1$ 6



(4.5, 0, 1 中一个界值正确即给 1 分, 两个范围中只有一部分或四个界值均正确不等号有问题 2 分, 完全正确 3 分)

24. (1) 解: 连结 OC.

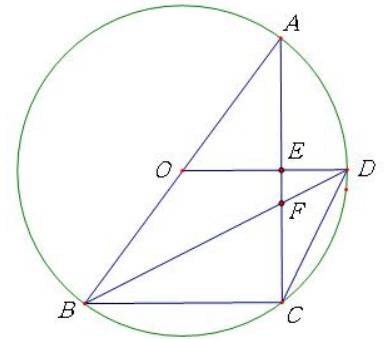
- ∵ OD // BC
- ∴ ∠1 = ∠B
- ∠2 = ∠C 1
- ∵ OB = OC
- ∴ ∠B = ∠C
- ∴ ∠1 = ∠2
- ∴ 弧 AD = 弧 CD 2



(其它证法参照此标准给分)

(2) ∵ AB 是 ⊙O 的直径

- ∴ ∠ACB = 90° 3
- ∵ OD // BC
- ∴ ∠AEO = ∠ACB = 90°
- Rt△ABC 中, ∠ACB = 90°, ∴ BC = 6, AB = 10
- ∴ AC = 8 4
- ∵ 半径 OD ⊥ AC 于 E
- ∴ EC = AE = 4
- OE = $\frac{1}{2} BC = 3$
- ∴ ED = 2

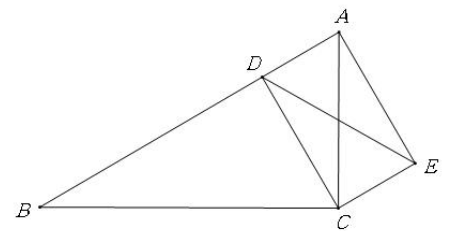


由勾股, CD = $2\sqrt{5}$ 5

- ∵ OD // BC
- ∴ △EDF ∽ △BCF
- ∴ $\frac{EF}{FC} = \frac{ED}{BC}$
- 设 EF = x, 则 FC = 4 - x
- $\frac{x}{4-x} = \frac{2}{6}$
- ∴ EF = 1 6

25. 证明: (1) ∵ CE // AB, AE // CD

- ∴ 四边形 AECD 是平行四边形 1
- ∵ CD ⊥ AB 于 D
- ∴ ∠CDA = 90°
- ∴ 四边形 AECD 是矩形 2



(2) ∵ 四边形 AECD 是矩形

∴ ∠DCE = ∠AEC = 90°, AC = DE

$$\begin{aligned} &\because \angle ACB=90^\circ \\ \therefore \angle DCB+\angle ACD=90^\circ \\ &\because \angle ACE+\angle ACD=90^\circ \\ \therefore \angle BCD=\angle ACE \dots\dots\dots 3 \end{aligned}$$

$$\because \sin \angle ACE = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\therefore \sin \angle BCD = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\because CD \perp AB$$

$$\therefore \angle CDB=90^\circ$$

$$\therefore BD = 4\sqrt{5}$$

$$\therefore BC=10, CD = 2\sqrt{5} \dots\dots\dots 5$$

$$\therefore AE = CD = 2\sqrt{5}$$

在 Rt $\triangle ACE$ 中,

$$\angle AEC=90^\circ, \sin \angle ACE = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\therefore AE = 2\sqrt{5}$$

$$\therefore AC = 5$$

$$\therefore DE = AC = 5 \dots\dots\dots 6$$

26. 解: (1) $b = -2a$; $\dots\dots\dots 1$

(3) 由题意, 抛物线 $y = ax^2 - 2ax + a - 2(a > 0)$ 过点 $(-2, 7)$

$\dots\dots\dots 2$

$$\therefore 4a+4a+a-2=7$$

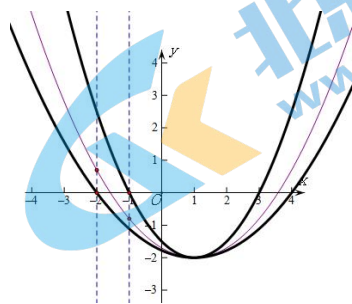
解得 $a=1$

$\dots\dots\dots 3$

(3) 当抛物线 $y = ax^2 - 2ax + a - 2(a > 0)$ 过点 $(-1, 0)$ 时, $a = \frac{1}{2} \dots\dots 4$

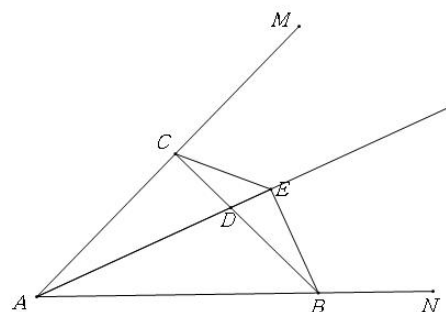
当抛物线 $y = ax^2 - 2ax + a - 2(a > 0)$ 过点 $(-2, 0)$ 时, $a = \frac{2}{9} \dots\dots 5$

$$\therefore \frac{2}{9} < a < \frac{1}{2} \dots\dots\dots 6$$



27. (1) 依据题意补全图形; 1

(2) 证明: $\because BC \perp AM$
 $\therefore \angle ACB = 90^\circ$
 $\angle CAD + \angle CDA = 90^\circ$ 2
 $\because BE \perp AD$
 $\therefore \angle AEB = 90^\circ$
 $\angle EBD + \angle EDB = 90^\circ$
 $\therefore \angle CDA = \angle EDB$
 $\therefore \angle CAD = \angle CBE$ 3

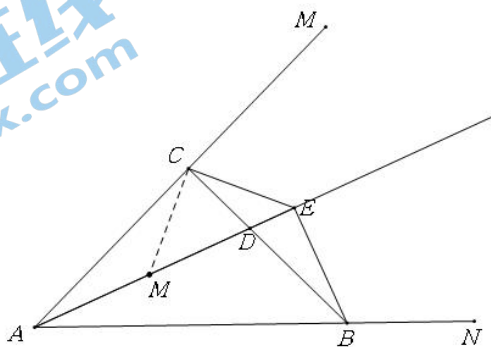


(3) 结论: $AE = \sqrt{2}CE + BE$ 4

证明: 过点 C 作 $CM \perp CE$ 5

$\because \angle MAN = 45^\circ$, $BC \perp AM$
 $\therefore AC = BC$
 $\because \angle ACB = \angle ECM = 90^\circ$
 $\therefore \angle ACB - \angle MCD = \angle ECM - \angle MCD$
 即 $\angle ACM = \angle ECB$
 又 $\because \angle CAD = \angle CBE$
 $\therefore \triangle ACM \cong \triangle BCE$ 6
 $\therefore CE = CM$, $AM = BE$
 即 $\triangle CME$ 为等腰直角三角形
 $\therefore ME = \sqrt{2}CE$ 7

$$\therefore AE = AM + ME = \sqrt{2}CE + BE$$



28. 解: (1) P_1, P_2 ; 2

(2) $-\sqrt{3} \leq m \leq \sqrt{3}$; 4

(3) 如图, 由题意可知, 平面上满足条件的点 P 在以 A 为圆心 2 为半径的圆上或圆内..... 5

因此满足条件的等边三角形 $\triangle OCD$ 如图 2 所示放置时, CD 长度最大..... 6

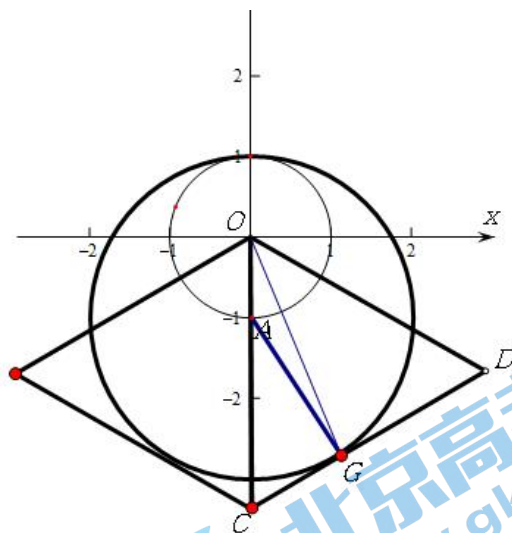
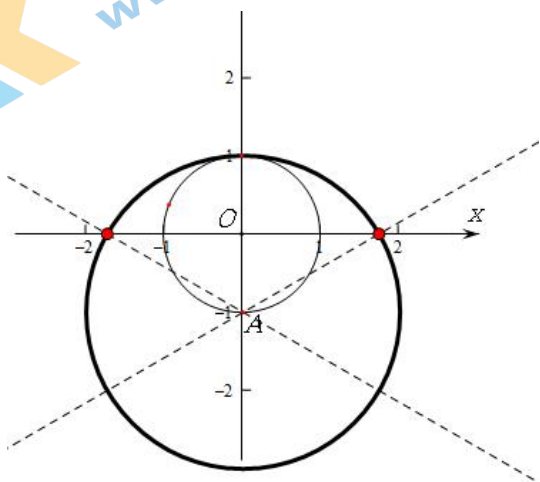
设切点为 G, 连接 AG

$\because \angle AGC = 90^\circ, \angle OCD = 60^\circ, AG = 2$

$$\therefore AC = \frac{4}{3}\sqrt{3}$$

$$\therefore CD = OC = \frac{4}{3}\sqrt{3} + 1 \dots\dots\dots 7$$

(文字描述不全面但有图形的不扣分)



北京高一高二高三期末试题下载

北京高考资讯整理了【2022年1月北京各区各年级期末试题&答案汇总】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【北京高考资讯】公众号，对话框回复【期末】或者底部栏目<试题下载→期末试题>，进入汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！

