

本试卷分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部分,共150分,时间120分钟。

I卷

一、选择题:本题共12个小题,每小题均只有一个正确选项,每小题5分,共60分。

1、集合 $M = \{x | 2x^2 - x - 1 < 0\}$, $N = \{x | 2x + a > 0\}$, $U = R$, 若 $M \cap C_U N = \emptyset$, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $a > 1$ B. $a \geq 1$ C. $a < 1$ D. $a \leq 1$

2、若直线 $y = kx$ 与双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ 相交, 则 k 的取值范围是 ()

- A. $(0, \frac{2}{3})$ B. $(-\frac{2}{3}, 0)$ C. $(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$ D. $(-\infty, -\frac{2}{3}) \cup (\frac{2}{3}, +\infty)$

3、在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 3$, $AC = 2$, $\overline{BD} = \frac{1}{2}\overline{BC}$, 则 $\overline{AD} \cdot \overline{BD} = ()$

- A. $-\frac{5}{2}$ B. $\frac{5}{2}$ C. $-\frac{5}{4}$ D. $\frac{5}{4}$

4、已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2 - n$, 正项等比数列 $\{b_n\}$ 中, $b_2 = a_3$,

$b_{n+3}b_{n-1} = 4b_n^2 (n \geq 2, n \in N_+)$, 则 $\log_2 b_n = ()$

- A. $n-1$ B. $2n-1$ C. $n-2$ D. n

5、已知直线 $ax + y - 1 = 0$ 与圆 $C: (x-1)^2 + (y+a)^2 = 1$ 相交于 A, B , 且 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形,

则实数 a 的值为 ()

- A. $\frac{1}{7}$ 或 -1 B. -1 C. 1 D. 1 或 -1

6、在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是角 A, B, C 的对边, 若 $a^2 + b^2 = 2014c^2$

则 $\frac{2 \tan A \cdot \tan B}{\tan C(\tan A + \tan B)}$ 的值为 ()

- A. 2013 B. 1 C. 0 D. 2014

7、已知点 $M(a, b) (ab \neq 0)$ 是圆 $C: x^2 + y^2 = r^2$ 内一点, 直线 l 是以 M 为中点的弦所在的直线, 直线 m 的方程为 $bx - ay = r^2$, 那么

- A. $l \perp m$ 且 m 与圆 C 相切 B. $l // m$ 且 l 与圆 C 相切
C. $l \perp m$ 且 m 与圆 C 相离 D. $l // m$ 且 l 与圆 C 相离

8、若圆 $x^2 + y^2 - ax + 2y + 1 = 0$ 和圆 $x^2 + y^2 = 1$ 关于直线 $y = x - 1$ 对称, 过点 $C(-a, a)$ 的圆 P 与 y 轴相切, 则圆心 P 的轨迹方程是 ()

- A. $y^2 - 4x + 4y + 8 = 0$ B. $y^2 + 2x - 2y + 2 = 0$
C. $y^2 + 4x - 4y + 8 = 0$ D. $y^2 - 2x - y + 1 = 0$

9、平行四边形 $ABCD$ 中, $AB = 2, AD = 1, \vec{AB} \cdot \vec{AD} = -1$, 点 M 在边 CD 上, 则 $\vec{MA} \cdot \vec{MB}$ 的最大值为 0

- A. $\sqrt{2}-1$ B. $\sqrt{3}-1$ C. 0 D. 2

10、已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 上一点 A 关于原点的对称点为点 B , F 为其右焦点, 若

$AF \perp BF$, 设 $\angle ABF = \alpha$, 且 $\alpha \in [\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}]$, 则该椭圆的离心率 e 的取值范围是 ()

- A. $[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1]$ B. $[\frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{3}-1]$ C. $[\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}]$ D. $[\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{6}}{3}]$

11、已知点 A 是抛物线 $x^2 = 4y$ 的对称轴与准线的交点, 点 B 为抛物线的焦点, P 在抛物线上且满足 $|PA| = m|PB|$, 当 m 取最大值时, 点 P 恰好在以 A, B 为焦点的双曲线上, 则双曲线的离心率为

- ()
A. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$ C. $\sqrt{2}+1$ D. $\sqrt{5}-1$

- 12、已知在 \mathbb{R} 上的函数 $f(x)$ 满足如下条件：①函数 $f(x)$ 的图象关于 y 轴对称；②对于任意 $x \in \mathbb{R}, f(2+x) - f(2-x) = 0$ ；③当 $x \in [0, 2]$ 时， $f(x) = x$ ；④函数 $f_{(n)}(x) = f(2^{n-1} \cdot x), n \in \mathbb{N}^*$ ，若过点 $(-1, 0)$ 的直线 l 与函数 $f_{(4)}(x)$ 的图象在 $x \in [0, 2]$ 上恰有 8 个交点，在直线 l 斜率 k 的取值范围是 ()
- A. $(0, \frac{8}{11})$ B. $(0, \frac{11}{8})$ C. $(0, \frac{8}{19})$ D. $(0, \frac{19}{8})$

II 卷

二、填空题:本题共 4 个小题,每小题 5 分,共 20 分.

- 13、在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是角 A, B, C 的对边, 已知 $\sin(2A + \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2}, b = 1, \triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 则 $\frac{b+c}{\sin B + \sin C}$ 的值为 _____

- 14、已知平面上有四点 O, A, B, C , 向量 $\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC}$ 满足: $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{0}$
 $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \vec{OB} \cdot \vec{OC} = \vec{OC} \cdot \vec{OA} = -1$, 则 $\triangle ABC$ 的周长是 _____

- 15、已知 F_1, F_2 是椭圆和双曲线的公共焦点, P 是他们的一个公共点, 且 $\angle F_1 P F_2 = \frac{\pi}{3}$, 则椭圆和双曲线的离心率的倒数之和的最大值为 _____

- 16、已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 2a_n - 2^{n+1}$, 若不等式 $2n^2 - n - 3 < (5 - \lambda)a_n$ 对 $\forall n \in \mathbb{N}^+$ 恒成立, 则整数 λ 的最大值为 _____

三、解答题:本大题共 6 题,共 70 分.17 题 10 分,其余大题各 12 分 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

- 17、在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知向量 $\vec{m} = (\cos \frac{3A}{2}, \sin \frac{3A}{2}), \vec{n} = (\cos \frac{A}{2}, \sin \frac{A}{2})$, 且满足 $|\vec{m} + \vec{n}| = \sqrt{3}$.

- (1) 求角 A 的大小;
 (2) 若 $b+c = \sqrt{3}a$, 试判断 $\triangle ABC$ 的形状.

- 18、已知圆 C 经过原点 $O(0,0)$ 且与直线 $y = 2x - 8$ 相切于点 $P(4,0)$

- (I) 求圆 C 的方程;
 (II) 在圆 C 上是否存在两点 M, N 关于直线 $y = kx - 1$ 对称, 且以线段 MN 为直径的圆经过原点? 若存在, 写出直线 MN 的方程; 若不存在, 请说明理由

19、各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1, S_n$ 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 对任意 $n \in N^*$, 有

$$2S_n = 2pa_n^2 + pa_n - p (p \in R);$$

(1) 求常数 p 的值;

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(3) 记 $b_n = \frac{4S_n}{n+3} \cdot 2^n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

20、已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率 $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 原点到过点 $A(a, 0), B(0, -b)$ 的直线的距离是 $\frac{4\sqrt{5}}{5}$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 如果直线 $y = kx + 1 (k \neq 0)$ 交椭圆 C 于不同的两点 E, F , 且 E, F 都在以 B 为圆心的圆上, 求 k 的值.

21、已知定点 $F(0, 1)$, 定直线 $m: y = -1$, 动圆 M 过点 F , 且与直线 m 相切.

(I) 求动圆 M 的圆心轨迹 C 的方程;

(II) 过点 F 的直线与曲线 C 相交于 A, B 两点, 分别过点 A, B 作曲线 C 的切线 l_1, l_2 , 两条切线相交于点 P , 求 $\triangle PAB$ 外接圆面积的最小值.

22、设函数 $f(x) = \ln x - \frac{1}{2}ax^2 - bx$.

(I) 当 $a = b = \frac{1}{2}$ 时, 求函数 $f(x)$ 的最大值;

(II) 令 $F(x) = f(x) + \frac{1}{2}ax^2 + bx + \frac{a}{x}$, $(0 < x \leq 3)$ 其图象上任意一点 $P(x_0, y_0)$ 处切线的斜率 $k \leq \frac{1}{2}$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围;

(III) 当 $a = 0, b = -1$, 方程 $2mf(x) = x^2$ 有唯一实数解, 求正数 m 的值.

1-12 BCCDD ACCDB CA

13. 2 14. $3\sqrt{6}$ 15. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 16. 4

12. 【答案】A 【解析】因为函数 $f(x)$ 的图像关于 y 轴对称，故 $f(x)$ 为偶函数；因为 $f(2+x) - f(2-x) = 0$ ，故 $f(2+x) = f(2-x) = f(x-2)$ ，故函数 $f(x)$ 的周期为 4； $f_{(4)}(x) = f(2^{4-1} \cdot x) = f(8x)$ ，故 $f_{(4)}(x)$ 的周期为 $\frac{1}{8}$ ，其图像可由 $f(x)$ 的图像压缩为原来的 $\frac{1}{8}$ 得到；作出 $y = f_{(4)}(x)$ 的图像如下图所示，易知过点 $M(-1, 0)$ 的直线斜率存在，如图所示，要想直线 l 与函数 $f_{(4)}(x)$ 的图像在 $[0, 2]$ 上恰有 8 个交点，则 $0 < k < k_{MA}$ ，因为 $A(\frac{7}{4}, 2)$ ， $k_{MA} = \frac{2-0}{\frac{7}{4}+1} = \frac{8}{11}$ ，故 $0 < k < \frac{8}{11}$ ，故选 A.



14. 平面上有四点 O, A, B, C ，满足 $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{0}$ ， $\therefore O$ 是 $\triangle ABC$ 的重心， $\therefore \vec{OA} \cdot \vec{OB} = \vec{OB} \cdot \vec{OC}$ ， $\therefore \vec{OB} \cdot (\vec{OA} - \vec{OC}) = \vec{OB} \cdot \vec{CA} = 0$ ，即 $\vec{OB} \perp \vec{CA}$ ，同理可得： $\vec{OC} \perp \vec{BA}, \vec{OA} \perp \vec{BC}$ ，即 O 是垂心，故 $\triangle ABC$ 是正三角形， $\therefore \vec{OA} \cdot \vec{OB} = \vec{OB} \cdot \vec{OC} = \vec{OC} \cdot \vec{OA} = -1$ ，设外接圆半径为 R ，则 $R^2 \cos \angle AOB = R^2 \cos \frac{2\pi}{3} = -1$ ，

即 $R = \sqrt{2}$ ，即 $\frac{a}{\sin A} = \frac{a}{\frac{\pi}{3}} = 2R = 2\sqrt{2}$ ，即 $a = \sqrt{6}$ ，故周长 $3a = 3\sqrt{6}$

16. 试题分析：当 $n=1$ 时， $S_1 = 2a_1 - 2^2$ 得 $a_1 = 4$ ， $S_n = 2a_n - 2^{n+1}$ ；

当 $n \geq 2$ 时， $S_{n-1} = 2a_{n-1} - 2^n$ ，两式相减得 $a_n = 2a_{n-1} - 2^n$ ，得 $\frac{a_n}{2^n} = 2\frac{a_{n-1}}{2^{n-1}} - 2$ ，所以 $\frac{a_n}{2^n} - \frac{a_{n-1}}{2^{n-1}} = 1$ 。

又 $\frac{a_1}{2^1} = 2$ ，所以数列 $\{\frac{a_n}{2^n}\}$ 是以 2 为首项，1 为公差的等差数列， $\frac{a_n}{2^n} = n+1$ ，即 $a_n = (n+1) \cdot 2^n$ 。

因为 $a_n > 0$ ，所以不等式 $2n^2 - n - 3 < (5-\lambda)a_n$ ，等价于 $5-\lambda > \frac{2n-3}{2^n}$ 。

记 $b_n = \frac{2n-3}{2^n}$ ， $n \geq 2$ 时， $\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{\frac{2n-1}{2^{n+1}}}{\frac{2n-3}{2^n}} = \frac{2n-1}{4n-6}$ 。所以 $n \geq 3$ 时， $\frac{b_{n+1}}{b_n} < 1, (b_n)_{\max} = b_3 = \frac{3}{8}$ 。

所以 $5-\lambda > \frac{3}{8}, \lambda < 5 - \frac{3}{8} = \frac{37}{8}$ ，所以整数 λ 的最大值为 4。

17.

【解析】

(1) $\therefore (\vec{m})^2 + (\vec{n})^2 + 2\vec{m} \cdot \vec{n} = 3$ ，代入 $\vec{m} = (\cos \frac{3A}{2}, \sin \frac{3A}{2}), \vec{n} = (\cos \frac{A}{2}, \sin \frac{A}{2})$ ，有

$$1+1+2(\cos \frac{3A}{2} \cos \frac{A}{2} + \sin \frac{3A}{2} \sin \frac{A}{2}) = 3,$$

$$\therefore (\cos \frac{3A}{2} \cos \frac{A}{2} + \sin \frac{3A}{2} \sin \frac{A}{2}) = \frac{1}{2}, \text{ 即 } \cos(\frac{3A}{2} - \frac{A}{2}) = \frac{1}{2}, \therefore \cos A = \frac{1}{2}, A = 60^\circ$$

(2) 法一： $\cos A = \frac{1}{2}, \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{1}{2}$ ① 又 $\because b+c = \sqrt{3}a$ ②

联立①②， $bc = b^2 + c^2 - (\frac{b+c}{\sqrt{3}})^2$ ，即 $2b^2 - 5bc - 2c^2 = 0$

解得 $b = 2c$ 或 $c = 2b$ 又 $\because b-c = \sqrt{3}a$ ，若 $b = 2c$ ，则 $a = \sqrt{3}c$ ，

$\therefore a^2 + c^2 = (\sqrt{3}c)^2 + c^2 = 4c^2 = b^2$ ， $\triangle ABC$ 为直角三角形。同理，若 $c = 2b$ ，则 $\triangle ABC$ 也为直角三角形

18. (I) 由已知, 得圆心在经过点P(4,0)且与 $y=2x-8$ 垂直的直线 $y=-\frac{1}{2}x+2$ 上, 它又在线段OP的中垂线 $x=2$ 上, 所以求得圆心C(2,1), 半径为 $\sqrt{5}$.

所以圆C的方程为 $(x-2)^2+(y-1)^2=5$. -----4分

(细则: 法一中圆心3分, 半径1分, 方程2分)

(II) 假设存在两点M,N关于直线 $y=kx-1$ 对称, 则 $y=kx-1$ 通过圆心C(2,1), 求得 $k=1$,

所以设直线MN为 $y=-x+b$, 代入圆的方程得 $2x^2-(2b+2)x+b^2-2b=0$,

设 $M(x_1, -x_1+b)$, $N(x_2, -x_2+b)$, 则 $\vec{OM} \cdot \vec{ON} = 2x_1x_2 - b(x_1+x_2) + b^2 = b^2 - 3b = 0$

解得 $b=0$ 或 $b=3$, 这时 $\Delta > 0$, 符合题意, 所以存在直线MN为 $y=-x$ 或 $y=-x+3$ 符合条件

(细则: 未判断 $\Delta > 0$ 的扣1分) 12

19

试题解析: (1) 由 $a_1=1$ 及 $2S_n=2pa_n^2+pa_n-p(n \in N^*)$, 得: $2=2p+p-p$

$\therefore p=1$ 3分

(2) 由 $2S_n=2a_n^2+a_n-1$ ① 得 $2S_{n+1}=2a_{n+1}^2+a_{n+1}-1$ ②

由②-①, 得 $2a_{n+1}=2(a_{n+1}^2-a_n^2)+(a_{n+1}-a_n)$

即: $2(a_{n+1}+a_n)(a_{n+1}-a_n)-(a_{n+1}+a_n)=0 \therefore (a_{n+1}+a_n)(2a_{n+1}-2a_n-1)=0$

由于数列 $\{a_n\}$ 各项均为正数, $\therefore 2a_{n+1}-2a_n=1$ 即 $a_{n+1}-a_n=\frac{1}{2}$

\therefore 数列 $\{a_n\}$ 是首项为1, 公差为 $\frac{1}{2}$ 的等差数列,

\therefore 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 $a_n=1+(n-1) \times \frac{1}{2} = \frac{n+1}{2}$ 7分

(3) 由 $a_n = \frac{n+1}{2}$, 得: $S_n = \frac{n(n+3)}{4} \therefore b_n = \frac{4S_n}{n+3} \cdot 2^n = n \cdot 2^n$

$\therefore T_n = 1 \times 2 + 2 \times 2^2 + 3 \times 2^3 + \dots + n \cdot 2^n$

$2T_n = 1 \times 2^2 + 2 \times 2^3 + \dots + (n-1) \times 2^n + n \times 2^{n+1}$

$-T_n = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n - n \cdot 2^{n+1} = \frac{2(1-2^n)}{1-2} - n \times 2^{n+1} = -(n-1) \cdot 2^{n+1} - 2$

$T_n = (n-1) \cdot 2^{n+1} + 2$ 12分

20、

试题解析: (1) 因为 $\frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $a^2 - b^2 = c^2$, 所以 $a = 2b$.

因为原点到直线 $AB: \frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 1$ 的距离 $d = \frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$, 解得 $a=4, b=2$.

故所求椭圆C的方程为 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$. 4分

(2) 由题意 $\begin{cases} y = kx+1 \\ \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1 \end{cases}$ 消去 y , 整理得 $(1+4k^2)x^2 + 8kx - 12 = 0$. 可知 $\Delta > 0$.

设 $E(x_2, y_2)$, $F(x_3, y_3)$, EF 的中点是 $M(x_M, y_M)$, 则

$x_M = \frac{x_2+x_3}{2} = \frac{-4k}{1+4k^2}$, $y_M = kx_M+1 = \frac{1}{1+4k^2}$. 所以 $k_{EM} = \frac{y_M+2}{x_M} = -\frac{1}{k}$. 所以

$x_M + ky_M + 2k = 0$. 即 $\frac{-4k}{1+4k^2} + \frac{k}{1+4k^2} + 2k = 0$. 又因为 $k \neq 0$,

所以 $k^2 = \frac{1}{8}$. 所以 $k = \pm \frac{\sqrt{2}}{4}$

21【答案】(I) $x^2=4y$; (II) 当时线段最短, 最短长度为4, 此时圆的面积最小, 最小面积

为 4π .

(I) 设点M到直线l的距离为d, 依题意 $|MF|=d$. 设 $M(x,y)$, 则有 $\sqrt{x^2+(y-1)^2}=|y+1|$. 化简得 $x^2=4y$.

所以点M的轨迹C的方程为 $x^2=4y$. 4分

(II) 设 $l_{AB}: y=kx+1$, 代入 $x^2=4y$ 中, 得 $x^2-4kx-4=0$. 设 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$,

则 $x_1+x_2=4k$, $x_1 \cdot x_2=-4$. 所以 $|AB|=\sqrt{1+k^2} \cdot |x_1-x_2|=4(k^2+1)$. 因为C: $x^2=4y$, 即 $y=\frac{x^2}{4}$, 所以

$y=\frac{x}{2}$. 所以直线 l_1 的斜率为 $k_1=\frac{x_1}{2}$, 直线 l_2 的斜率为 $k_2=\frac{x_2}{2}$. 因为 $k_1 k_2=\frac{x_1 x_2}{4}=-1$, 所以 $PA \perp PB$, 即

$\triangle PAB$ 为直角三角形.

所以 $\triangle PAB$ 的外接圆的圆心为线段AB的中点, 线段AB是直径. 因为 $|AB|=4(k^2+1)$,

所以当 $k=0$ 时线段AB最短, 最短长度为4, 此时圆的面积最小, 最小面积为 4π .

22

(本小题满分12分) 解: (1) 依题意, 知 $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$,

当 $a=b=\frac{1}{2}$ 时, $f(x)=\ln x - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x$,

$f'(x)=\frac{1}{x} - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = \frac{-(x+2)(x-1)}{2x}$ 2分

令 $f'(x)=0$, 解得 $x=1$. ($\because x > 0$)

因为 $g(x)=0$ 有唯一解, 所以 $g(x_2)=0$, 当 $0 < x < 1$ 时, $f'(x) > 0$, 此时 $f(x)$ 单调递增;

当 $x > 1$ 时, $f'(x) < 0$, 此时 $f(x)$ 单调递减.

所以 $f(x)$ 的极大值为 $f(1)=-\frac{3}{4}$, 此即为最大值4分

(2) $F(x)=\ln x + \frac{a}{x}$, $x \in (0, 3]$, 则有 $k=F'(x_0)=\frac{x_0-a}{x_0^2} \leq \frac{1}{2}$, 在 $x_0 \in (0, 3]$ 上恒成立,

所以 $a \geq (-\frac{1}{2}x_0^2 + x_0)_{\max}$, $x_0 \in (0, 3]$

当 $x_0=1$ 时, $-\frac{1}{2}x_0^2 + x_0$ 取得最大值 $\frac{1}{2}$, 所以 $a \geq \frac{1}{2}$ 8分

(3) 因为方程 $2mf(x)=x^2$ 有唯一实数解,

所以 $x^2-2m\ln x-2mx=0$ 有唯一实数解,

设 $g(x)=x^2-2m\ln x-2mx$,

则 $g'(x)=\frac{2x^2-2mx-2m}{x}$. 令 $g'(x)=0$, $x^2-mx-m=0$.

因为 $m > 0$, $x > 0$, 所以 $x_1=\frac{m-\sqrt{m^2+4m}}{2} < 0$ (舍去), $x_2=\frac{m+\sqrt{m^2+4m}}{2}$,

当 $x \in (0, x_2)$ 时, $g'(x) < 0$, $g(x)$ 在 $(0, x_2)$ 上单调递减,

当 $x \in (x_2, +\infty)$ 时, $g'(x) > 0$, $g(x)$ 在 $(x_2, +\infty)$ 单调递增

当 $x=x_2$ 时, $g'(x_2)=0$, $g(x)$ 取最小值 $g(x_2)$.

则 $\begin{cases} g(x_2)=0, \\ g'(x_2)=0, \end{cases}$ 既 $\begin{cases} x_2^2-2m\ln x_2-2mx_2=0, \\ x_2^2-mx_2-m=0. \end{cases}$ 10分

所以 $2m\ln x_2+mx_2-m=0$, 因为 $m > 0$, 所以 $2\ln x_2+x_2-1=0$ (*)

设函数 $h(x)=2\ln x+x-1$, 因为当 $x > 0$ 时,

$h(x)$ 是增函数, 所以 $h(x)=0$ 至多有一解.

因为 $h(1)=0$, 所以方程(*)的解为 $x_2=1$, 即 $\frac{m+\sqrt{m^2+4m}}{2}=1$, 解得 $m=\frac{1}{2}$ 12分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯