秘密★启用前

理科数学试卷

注意事项：

1. 答题前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号在答题卡上填写清楚.

2. 每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 在试题卷上作答无效.

3. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回. 满分150分，考试用时120分钟.

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知集合 $A=\{1,\ 2,\ 3\}$，$B=\{y\mid y=2x+1,\ x\in A\}$，则 $A\cup B=$

A. $\{1,\ 3,\ 5,\ 7\}$　　B. $\{1,\ 2,\ 3\}$

C. $\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$　　D. $\{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 7\}$

2. 设 $z(1-\mathrm{i})=2+\mathrm{i}$，则在复平面内 $\bar{z}$ 对应的点位于

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 对于非零向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，“$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$”是“$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}$”的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. 总体由编号为01，02，…，19，20的20个个体组成. 利用下面的随机数表选取5个个体，选取方法是从随机数表第1行的第5列和第6列数字开始由左到右依次选取两个数字，则选出来的第5个个体的编号为

7816	6572	0802	6314	0702	4369	9728	0198
3204	9234	4935	8200	3623	4869	6938	7481

A. 08　　B. 02

C. 01　　D. 07

5. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=\dfrac{1}{4}$，$a_3a_5=4(a_4-1)$，则 a_2 等于

A. $\dfrac{1}{8}$　　B. $\dfrac{1}{2}$

C. 1　　D. 2

6. 某几何体的三视图如图 1 所示，且该几何体的体积是 3，则正视图中的 x 的值是

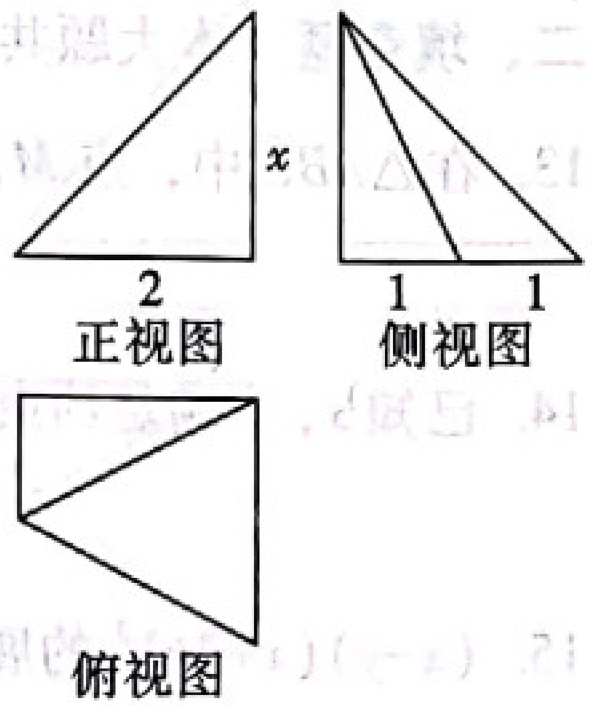


图 1

A. 2

B. $\frac{9}{2}$

C. $\frac{3}{2}$

D. 3

7. 过点(3，1)作圆$(x-2)^2+(y-2)^2=4$ 的弦，其中最短弦的长为

A. $2\sqrt{2}$　　B. 1

C. 2　　D. $\sqrt{2}$

8. 如图 2 的程序，当输入 x=-3 时，程序运行的结果为

```
INPUT "x="; x
IF  x>0 THEN
  y=x^2+1
ELSE
  IF x=0 THEN
    y=2*x+7
  ELSE
    y=3*x^2-5
  END IF
END IF
PRINT "y="; y
END
```

图 2

A. y=5

B. y=76

C. y=22

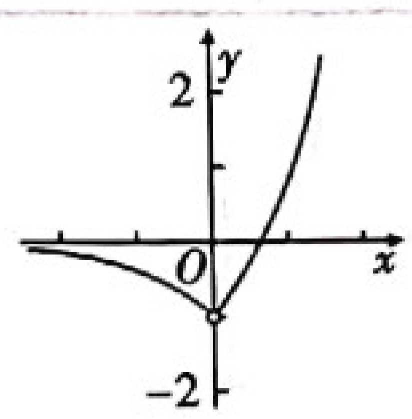
D. y=-2

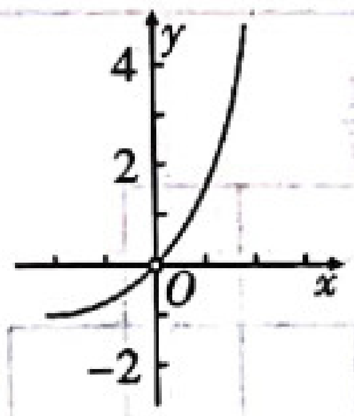
9. 已知直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面为直角三角形，且两直角边长分别为 1 和 $2\sqrt{3}$，此三棱柱的高为$\sqrt{3}$，则该三棱柱的外接球的体积为

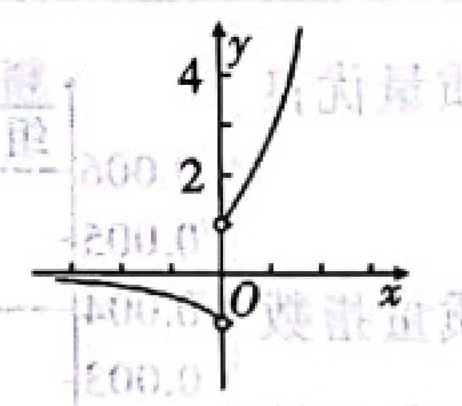
A. $\frac{8\pi}{3}$　　B. $\frac{16\pi}{3}$

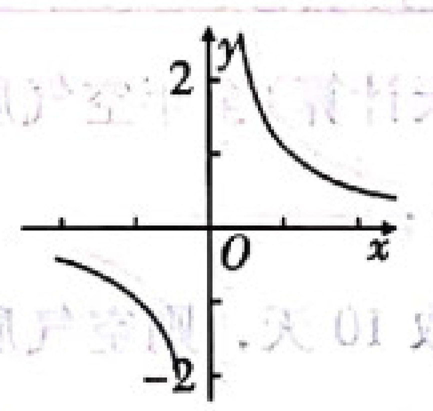
C. $\frac{32\pi}{3}$　　D. $\frac{64\pi}{3}$

10. 已知函数 $g(x)=|e^x-1|$ 的图象如图 3 所示，则函数 $y=g'(x)$ 的图象大致为


A


B


C


D

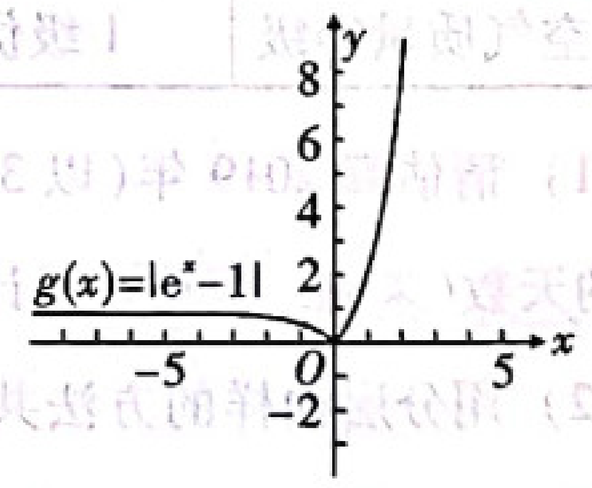


图 3

11. M 为双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)$ 右支上一点，A，F 分别为双曲线的左顶点和右焦点，且$\triangle MAF$ 为等边三角形，则双曲线 C 的离心率为

A. 4　　B. 2　　C. $\sqrt{5}-1$　　D. 6

12. 已知$f(x)$是定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数，且对任意 $x\in\mathbf{R}$ 都有 $f(x+2)=f(2-x)+4f(2)$，且满足$f(-x)+f(x)=0$，$f(-1)=3$，则$f(2019)=$

A. -3　　B. 6　　C. 0　　D. 3

二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）

13. 在$\triangle ABC$中，点M，N满足$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MC}$，$\overrightarrow{BN}=2\overrightarrow{NC}$，若$\overrightarrow{MN}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，则$x+y=$__________.

14. 已知x，y满足约束条件$\begin{cases}x-y\geqslant 0,\\ x+y\leqslant 2,\\ y\geqslant 0,\end{cases}$若$z=x-2y$，则$z$的最大值为__________.

15. $(x-y)(x+2y)^3$的展开式中x^3y的系数为__________.

16. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，$a_2=\frac{1}{3}$，且$2a_{n+1}a_na_{n-1}=a_na_{n+1}+a_na_{n-1}-2a_{n+1}a_{n-1}(n\geqslant 2)$，则数列$\{a_n\}$的通项公式$a_n=$__________.

三、解答题（共70分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17.（本小题满分12分）

记S_n为等比数列$\{a_n\}$的前n项和，已知$S_2=2$，$S_3=-6$.

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）求S_n，并判断S_{n+1}，S_n，S_{n+2}是否成等差数列.

18.（本小题满分12分）

昆明市某中学的环保社团参照国家环境标准制定了该校所在区域空气质量指数与空气质量等级对应关系如下表（假设该区域空气质量指数不会超过300），该社团将该校区在2018年100天的空气质量指数监测数据作为样本，绘制的频率分布直方图如图4，把该直方图所得频率估计为概率.

空气质量指数	(0，50]	(50，100]	(100，150]	(150，200]	(200，250]	(250，300]
空气质量等级	1级优	2级良	3级轻度污染	4级中度污染	5级重度污染	6级严重污染

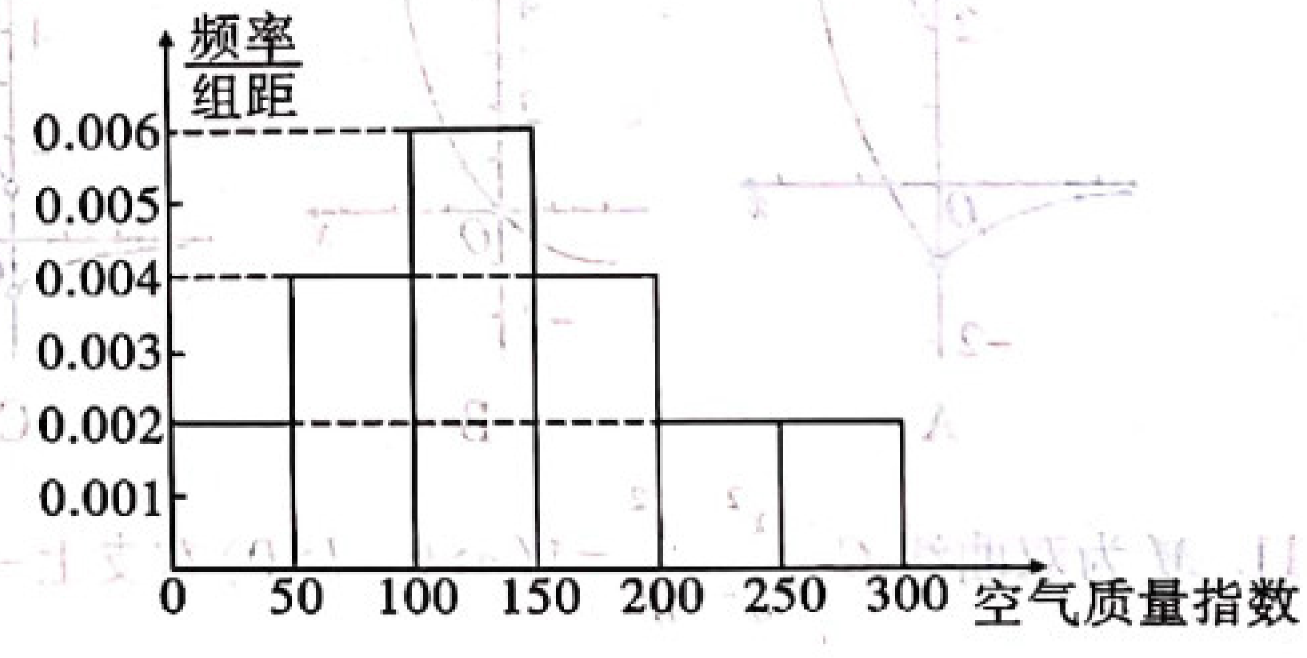


图4

（1）请估算2019年（以365天计算）全年空气质量优良的天数（未满一天按一天计算）；

（2）用分层抽样的方法共抽取10天，则空气质量指数在(0，50]，(50，100]，(100，150]的天数中各应抽取几天？

（3）已知空气质量等级为1级时不需要净化空气，空气质量等级为2级时每天需净化空气的费用为2000元，空气质量等级为3级时每天需净化空气的费用为4000元. 若在（2）的条件下，从空气质量指数在(0，150]的天数中任意抽取两天，求这两天的净化空气总费用X的分布列.

19.（本小题满分 12 分）

如图 5 所示，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$ 底面 $ABCD$，$PA=2$，$\angle ABC=90°$，$AB=\sqrt{3}$，$BC=1$，$AD=2\sqrt{3}$，$\angle ACD=60°$，E 为 CD 的中点.

（1）求证：$BC/\!/$ 平面 PAE；

（2）求直线 PD 与平面 PBC 所成角的正弦值.

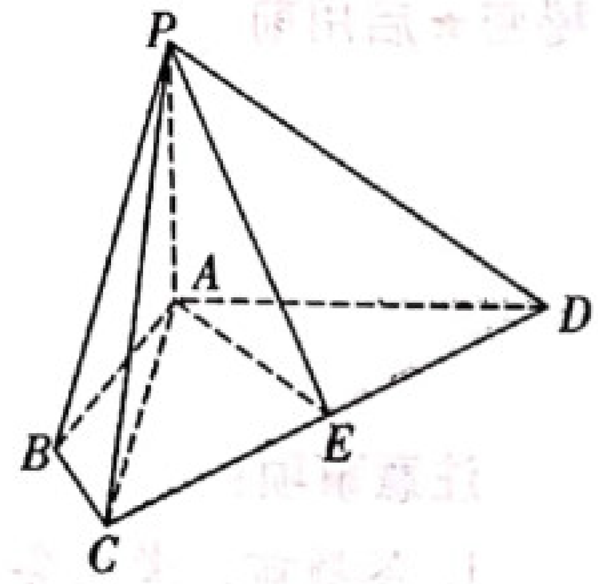


图 5

20.（本小题满分 12 分）

已知 $P\left(\frac{2}{3},\ \frac{2\sqrt{6}}{3}\right)$ 是椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 与抛物线 E：$y^2=2px(p>0)$ 的一个公共点，且椭圆与抛物线具有一个相同的焦点 F.

（1）求椭圆 C 及抛物线 E 的方程；

（2）设过 F 且互相垂直的两条动直线为 l_1，l_2，l_1 与椭圆 C 交于 A，B 两点，l_2 与抛物线 E 交于 C，D 两点，求四边形 $ACBD$ 面积的最小值.

21.（本小题满分 12 分）

已知 $a\in\mathbf{R}$，函数 $f(x)=(-x^2+ax)e^x(x\in\mathbf{R})$.

（1）当 $a=2$ 时，求函数 $f(x)$ 的单调区间；

（2）若函数 $f(x)$ 在 $(-1,\ 1)$ 上单调递增，求 a 的取值范围.

请考生在第 22、23 两题中任选一题作答，并用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑. 注意所做题目的题号必须与所涂题目的题号一致，在答题卡选答区域指定位置答题. 如果多做，则按所做的第一题计分.

22.（本小题满分 10 分）【选修 4-4：坐标系与参数方程】

在直角坐标系 xOy 中，圆 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+\cos\varphi,\\ y=\sin\varphi,\end{cases}$（$\varphi$ 为参数），以 O 为极点，x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系.

（1）求圆 C 的极坐标方程；

（2）直线 l 的极坐标方程是 $2\rho\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)=3\sqrt{3}$，射线 OM：$\theta=\frac{\pi}{3}$ 与圆 C 的交点为 O，P，与直线 l 的交点为 Q，求线段 PQ 的长.

23.（本小题满分 10 分）【选修 4-5：不等式选讲】

设 $f(x)=|x|+2|x-a|(a>0)$.

（1）当 $a=1$ 时，解不等式 $f(x)\leqslant 8$；

（2）若 $f(x)\geqslant 6$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

云南民族中学2020届高考适应性月考卷（二）
理科数学参考答案

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	D	B	C	B	D	A	C	C	C	A	A

【解析】

1．由 $A=\{1,2,3\}$，$B=\{y\mid y=2x+1,x\in A\}$，$\therefore B=\{3,5,7\}$，因此 $A\cup B=\{1,2,3,5,7\}$，故选D.

2．$z=\dfrac{2+\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}=\dfrac{1+3\mathrm{i}}{2}$，$\therefore \bar{z}=\dfrac{1-3\mathrm{i}}{2}$，故选D.

3．若 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}$，则 $\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{b}$，所以 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，若 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，则 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}$ 不一定成立，故前者是后者的必要不充分条件，故选B.

4．由题意知前5个个体的编号为08，02，14，07，01，故选C.

5．设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q，由题意知 $a_3a_5=4(a_4-1)=a_4^2$，则 $a_4^2-4a_4+4=0$，解得 $a_4=2$，又 $a_1=\dfrac{1}{4}$，所以 $q^3=\dfrac{a_4}{a_1}=8$，即 $q=2$，所以 $a_2=a_1q=\dfrac{1}{2}$，故选B.

6．由三视图知，该几何体是四棱锥，底面是直角梯形，且 $S_{底}=\dfrac{1}{2}(1+2)\times 2=3$，$\therefore V=\dfrac{1}{3}x\cdot 3=3$，解得 $x=3$，故选D.

7．设 $P(3,1)$，圆心 $C(2,2)$，则 $|PC|=\sqrt{2}$，由题意知最短的弦过 $P(3,1)$ 且与 PC 垂直，所以最短弦长为 $2\sqrt{2^2-(\sqrt{2})^2}=2\sqrt{2}$，故选A.

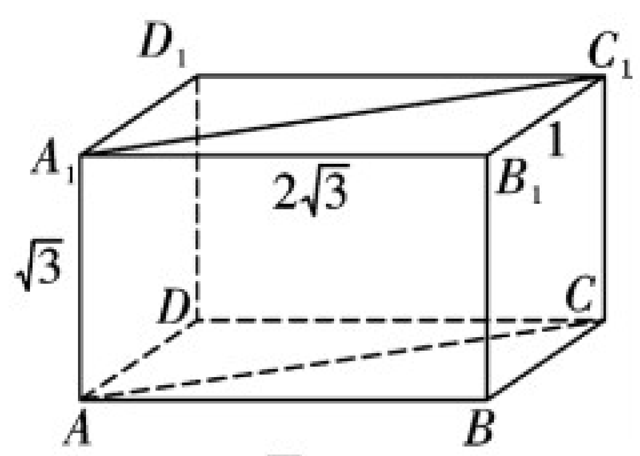


图1

8．由题意得知其运算结果为 $3\times(-3)^2-5=22$，故选C.

9．如图1所示，将直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 补充为长方体，则该长方体的体对角线为 $\sqrt{(2\sqrt{3})^2+(\sqrt{3})^2+1^2}=4$，设长方体的外接球的半径为 R，则 $2R=4$，$R=2$，所以该长方体的外接球的体积 $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{32\pi}{3}$，故选C.

10．根据函数图象可知，当 $x<0$ 时，切线的斜率小于0，且逐渐减小，当 $x>0$ 时，切线的斜率大于0，且逐渐增大，故选C.

11．由题意$A(-a,\ 0)$，$F(c,\ 0)$，$M\left(\frac{c-a}{2},\ \frac{\sqrt{3}(c+a)}{2}\right)$，由双曲线的定义可得$\frac{c+a}{\frac{c-a}{2}-\frac{a^2}{c}}=\frac{c}{a}$，

$\therefore c^2-3ac-4a^2=0$，$\therefore e^2-3e-4=0$，$\therefore e=4$，故选 A.

12．$\because f(-x)+f(x)=0$，$\therefore$函数$y=f(x)$的图象关于$(0,\ 0)$对称，即函数$y=f(x)$为奇函数，$\therefore f(0)=0$，$f(1)=-3$，$\because f(x+2)=f(2-x)+4f(2)=-f(x-2)+4f(2)$，$\therefore f(x+4)=-f(x)+4f(2)$，$f(x+8)=-f(x+4)+4f(2)=f(x)$，$\therefore$函数的周期为 8，$\therefore f(2019)=f(252\times 8+3)=f(3)$，而$f(2)=f(2)+4f(2)$，故$f(2)=0$，故$f(3)=f(1)+4f(2)=f(1)=-3$，故选 A.

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

题号	13	14	15	16
答案	$\frac{1}{2}$	2	5	$\frac{1}{n^2-n+1}$

【解析】

13．因为$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{CN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC})=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$，所以$x+y=\frac{1}{2}$.

14．利用线性规划作图系解得 2.

15．$\because xC_3^1x^2(2y)-yC_3^0x^3=6x^3y-x^3y=5x^3y$，$\therefore$系数为 5.

16．由$2a_{n+1}a_na_{n-1}=a_na_{n+1}+a_na_{n-1}-2a_{n+1}a_{n-1}(n\geqslant 2)$，得$2=\frac{1}{a_{n-1}}+\frac{1}{a_{n+1}}-\frac{2}{a_n}$，所以$\frac{1}{a_{n+1}}-\frac{1}{a_n}=\frac{1}{a_n}-\frac{1}{a_{n-1}}+2$，所以数列$\left\{\frac{1}{a_{n+1}}-\frac{1}{a_n}\right\}$是以 2 为首项，2 为公差的等差数列，所以$\frac{1}{a_n}=\frac{1}{a_1}+\left(\frac{1}{a_2}-\frac{1}{a_1}\right)+\left(\frac{1}{a_3}-\frac{1}{a_2}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{a_n}-\frac{1}{a_{n-1}}\right)=1+\frac{(2+2n-2)(n-1)}{2}=n^2-n+1(n\geqslant 2)$，当$n=1$时上式也成立，所以$\frac{1}{a_n}=n^2-n+1$，所以$a_n=\frac{1}{n^2-n+1}$.

三、解答题（共 70 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17．（本小题满分 12 分）

解：（1）设$\{a_n\}$的公比为q，

由题设可得$\begin{cases}a_1(1+q)=2,\\ a_1(1+q+q^2)=-6,\end{cases}$

解得 $q=-2$， $a_1=-2$，

故 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=(-2)^n$． ………………………………………（6分）

（2）由（1）可得 $S_n=\dfrac{a_1(1-q^n)}{1-q}=-\dfrac{2}{3}+(-1)^n\dfrac{2^{n+1}}{3}$，

由于 $S_{n+2}+S_{n+1}=-\dfrac{4}{3}+(-1)^n\dfrac{2^{n+3}-2^{n+2}}{3}$

$=2\left[-\dfrac{2}{3}+(-1)^n\dfrac{2^{n+1}}{3}\right]=2S_n$，

故 S_{n+1}， S_n， S_{n+2} 成等差数列． ………………………………………………（12分）

18．（本小题满分12分）

解：（1）由直方图可估算2019年（以365天计算）全年空气质量优良的天数为

$(0.1+0.2)\times365=0.3\times365=109.5\approx110$ (天)． …………………………（3分）

（2）空气质量指数在 $(0,50]$， $(50,100]$， $(100,150]$ 的天数中各应抽取1，2，3天．

…………………………………………………………………（6分）

（3）由题意知 X 的取值为2000，4000，6000，8000．

$P(X=2000)=\dfrac{C_2^1}{C_6^2}=\dfrac{2}{15}$， $P(X=4000)=\dfrac{C_2^2+C_3^1}{C_6^2}=\dfrac{4}{15}$，

$P(X=6000)=\dfrac{C_2^1C_3^1}{C_6^2}=\dfrac{2}{5}$， $P(X=8000)=\dfrac{C_3^2}{C_6^2}=\dfrac{1}{5}$，

X	2000	4000	6000	8000
P	$\dfrac{2}{15}$	$\dfrac{4}{15}$	$\dfrac{2}{5}$	$\dfrac{1}{5}$

…………………………………………………………………………（12分）

19．（本小题满分12分）

（1）证明：∵ $AB=\sqrt{3}$， $BC=1$， $\angle ABC=90^\circ$，

∴ $AC=2$， $\angle BCA=60^\circ$，

在 $\triangle ACD$ 中，∵ $AD=2\sqrt{3}$， $AC=2$， $\angle ACD=60^\circ$，

∴由余弦定理可得 $AD^2=AC^2+CD^2-2AC\cdot CD\cdot\cos\angle ACD$，

∴ $CD=4$，

$\therefore AC^2+AD^2=CD^2$，

$\therefore \triangle ACD$ 是直角三角形，

又$\because E$ 为 CD 的中点，

$\therefore AE=\dfrac{1}{2}CD=CE$，

又$\because \angle ACD=60^\circ$，

$\therefore \triangle ACE$ 是等边三角形，

$\therefore \angle CAE=60^\circ=\angle BCA$，$\therefore BC/\!/AE$，

又$\because AE\subset$ 平面 PAE，$BC\not\subset$ 平面 PAE，

$\therefore BC/\!/$ 平面 PAE. ……………………………………………………（6 分）

（2）解：由（1）可知 $\angle BAE=90^\circ$，以点 A 为原点，以 AB，AE，AP 分别为 x 轴，y 轴，z 轴建立如图 2 的空间直角坐标系，

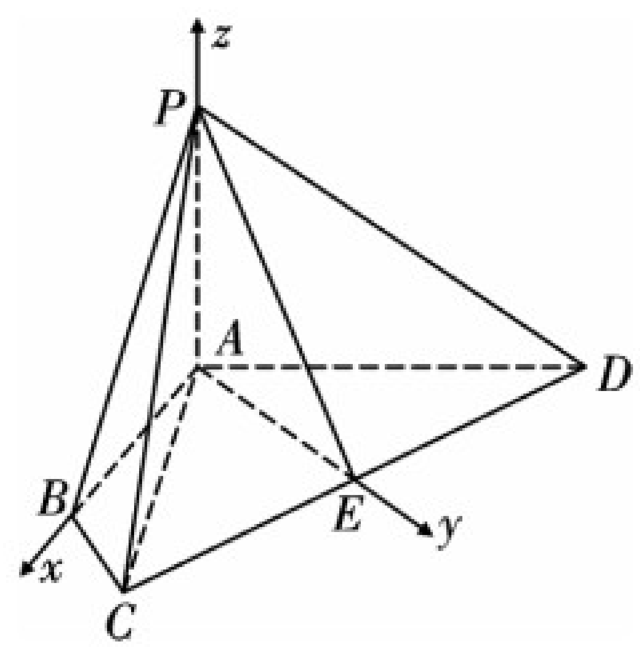


图 2

则 $P(0,\ 0,\ 2)$，$B(\sqrt{3},\ 0,\ 0)$，$C(\sqrt{3},\ 1,\ 0)$，$D(-\sqrt{3},\ 3,\ 0)$，

$\therefore \overrightarrow{PB}=(\sqrt{3},\ 0,\ -2)$，$\overrightarrow{PC}=(\sqrt{3},\ 1,\ -2)$，$\overrightarrow{PD}=(-\sqrt{3},\ 3,\ -2)$，

设 $\vec{n}=(x,\ y,\ z)$ 为平面 PBC 的一个法向量，

则 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{PB}=0,\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{PC}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}\sqrt{3}x-2z=0,\\ \sqrt{3}x+y-2z=0.\end{cases}$

设 $x=1$，则 $y=0$，$z=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\vec{n}=\left(1,\ 0,\ \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$，

$\therefore \cos\langle\vec{n},\ \overrightarrow{PD}\rangle=\dfrac{\vec{n}\cdot\overrightarrow{PD}}{|\vec{n}|\cdot|\overrightarrow{PD}|}=\dfrac{-2\sqrt{3}}{\sqrt{\dfrac{7}{4}}\cdot\sqrt{16}}=-\dfrac{\sqrt{21}}{7}$，

$\therefore$ 直线 PD 与平面 PBC 所成角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{21}}{7}$.

……………………………………………………………（12 分）

20.（本小题满分 12 分）

解：（1）$\because P\left(\dfrac{2}{3},\ \dfrac{2\sqrt{6}}{3}\right)$ 是抛物线 E：$y^2=2px(p>0)$ 上一点，

$\therefore p=2$，即抛物线 E 的方程为 $y^2=4x$，$F(1,\ 0)$，

$\therefore a^2-b^2=1$.

又∵ $P\left(\frac{2}{3}, \frac{2\sqrt{6}}{3}\right)$在椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 上，

∴ $\frac{4}{9a^2}+\frac{8}{3b^2}=1$，结合 $a^2-b^2=1$ 知 $b^2=3$（舍负），$a^2=4$，

∴椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，

抛物线 E 的方程为 $y^2=4x$． ……………………………………………（5 分）

（2）如图 3，由题意可知直线 l_1 的斜率存在，设直线 l_1 的方程为 $y=k(x-1)$，

$A(x_1, y_1)$，$B(x_2, y_2)$，$C(x_3, y_3)$，$D(x_4, y_4)$．

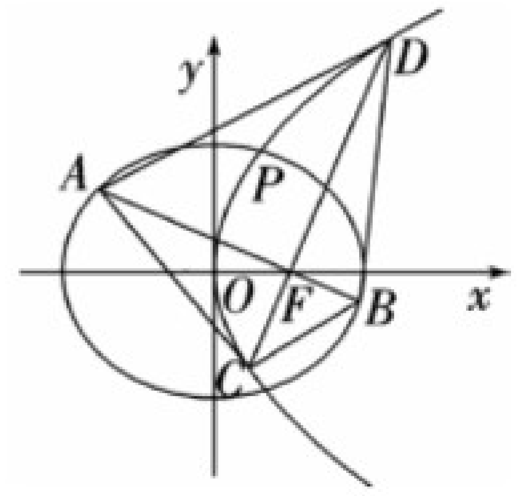


图 3

①当 $k=0$ 时，$|AB|=4$，直线 l_2 的方程为 $x=1$，$|CD|=4$，

故 $S_{四边形ACBD}=\frac{1}{2}\cdot|AB|\cdot|CD|=8$；

②当 $k\neq 0$ 时，直线 l_2 的方程为 $y=-\frac{1}{k}(x-1)$，

由 $\begin{cases} y=k(x-1), \\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1, \end{cases}$ 得 $(3+4k^2)x^2-8k^2x+4k^2-12=0$，

∴ $x_1+x_2=\frac{8k^2}{3+4k^2}$，$x_1x_2=\frac{4k^2-12}{3+4k^2}$．

由弦长公式知 $|AB|=\sqrt{1+k^2}\,|x_1-x_2|=\sqrt{(1+k^2)[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2]}=\frac{12(k^2+1)}{4k^2+3}$，

同理可得 $|CD|=4(k^2+1)$．

∴ $S_{四边形ACBD}=\frac{1}{2}\cdot|AB|\cdot|CD|=\frac{1}{2}\cdot\frac{12(k^2+1)}{4k^2+3}\cdot4(k^2+1)=\frac{24(k^2+1)^2}{4k^2+3}$．

令 $t=k^2+1$，$t\in(1, +\infty)$，

则 $S_{四边形ACBD}=\frac{24t^2}{4t-1}=\frac{24}{\frac{4}{t}-\frac{1}{t^2}}=\frac{24}{-\left(\frac{1}{t}-2\right)^2+4}$，

当 $t\in(1, +\infty)$ 时，$\frac{1}{t}\in(0, 1)$，

$-\left(\frac{1}{t}-2\right)^2+4<3$，$S_{四边形ACBD}>\frac{24}{3}=8$．

综上所述，四边形 $ACBD$ 面积的最小值为 8． ……………………………（12 分）

21.（本小题满分 12 分）

解：（1）当 $a=2$ 时，$f(x)=(-x^2+2x)\mathrm{e}^x$，

$f'(x)=(-x^2+2)\mathrm{e}^x$.

当 $f'(x)>0$ 时，$(-x^2+2)\mathrm{e}^x>0$，注意到 $\mathrm{e}^x>0$，

所以 $-x^2+2>0$，解得 $-\sqrt{2}<x<\sqrt{2}$，

所以函数 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(-\sqrt{2},\ \sqrt{2})$；

同理可得，函数 $f(x)$ 的单调递减区间为 $(-\infty,\ -\sqrt{2})$ 和 $(\sqrt{2},\ +\infty)$.

……………………………………………………………（4 分）

（2）因为函数 $f(x)$ 在 $(-1,\ 1)$ 上单调递增，

所以 $f'(x)\geqslant 0$ 在 $(-1,\ 1)$ 上恒成立.

又 $f'(x)=[-x^2+(a-2)x+a]\mathrm{e}^x$，

即 $[-x^2+(a-2)x+a]\mathrm{e}^x\geqslant 0$，注意到 $\mathrm{e}^x>0$，

因此 $-x^2+(a-2)x+a\geqslant 0$ 在 $(-1,\ 1)$ 上恒成立，

也就是 $a\geqslant\dfrac{x^2+2x}{x+1}=x+1-\dfrac{1}{x+1}$ 在 $(-1,\ 1)$ 上恒成立.

设 $y=x+1-\dfrac{1}{x+1}$，则 $y'=1+\dfrac{1}{(x+1)^2}>0$，

即 $y=x+1-\dfrac{1}{x+1}$ 在 $(-1,\ 1)$ 上单调递增，

则 $y<1+1-\dfrac{1}{1+1}=\dfrac{3}{2}$，故 $a\geqslant\dfrac{3}{2}$. ……………………………………………（12 分）

22.（本小题满分 10 分）【选修 4−4：坐标系与参数方程】

解：（1）利用 $\cos^2\varphi+\sin^2\varphi=1$，

把圆 C 的参数方程 $\begin{cases}x=1+\cos\varphi,\\ y=\sin\varphi,\end{cases}$ (φ 为参数)化为 $(x-1)^2+y^2=1$，

$\therefore \rho^2-2\rho\cos\theta=0$，即 $\rho=2\cos\theta$. ……………………………………………（5 分）

（2）设 $(\rho_1,\ \theta_1)$ 为点 P 的极坐标，由 $\begin{cases}\rho_1=2\cos\theta_1,\\ \theta_1=\dfrac{\pi}{3},\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}\rho_1=1,\\ \theta_1=\dfrac{\pi}{3}.\end{cases}$

设$(\rho_2,\ \theta_2)$为点Q的极坐标，由$\begin{cases}\rho_2(\sin\theta_2+\sqrt{3}\cos\theta_2)=3\sqrt{3},\\ \theta_2=\dfrac{\pi}{3},\end{cases}$ 解得$\begin{cases}\rho_2=3,\\ \theta_2=\dfrac{\pi}{3}.\end{cases}$

$\because \theta_1=\theta_2$，

$\therefore |PQ|=|\rho_1-\rho_2|=2$． ……………………………………………………（10 分）

23．（本小题满分 10 分）【选修 4−5：不等式选讲】

解：（1）当$a=1$时，$f(x)=|x|+2|x-1|=\begin{cases}2-3x,\ x<0,\\ 2-x,\ 0\leqslant x\leqslant 1,\\ 3x-2,\ x>1,\end{cases}$

当$x<0$时，由$2-3x\leqslant 8$，得$-2\leqslant x<0$；

当$0\leqslant x\leqslant 1$时，由$2-x\leqslant 8$，得$0\leqslant x\leqslant 1$；

当$x>1$时，由$3x-2\leqslant 8$，得$1<x\leqslant\dfrac{10}{3}$，

综上所述，不等式$f(x)\leqslant 8$的解集为$\left[-2,\ \dfrac{10}{3}\right]$．

……………………………………………………………………（5 分）

（2）$\because f(x)=|x|+2|x-a|=\begin{cases}2a-3x,\ x<0,\\ 2a-x,\ 0\leqslant x\leqslant a,\\ 3x-2a,\ x>a,\end{cases}$

则$f(x)$在$(-\infty,\ a)$上单调递减，在$(a,\ +\infty)$上单调递增，

$\therefore$当$x=a$时，$f(x)$取最小值a，

若$f(x)\geqslant 6$恒成立，则$a\geqslant 6$，

$\therefore$实数a的取值范围为$[6,\ +\infty)$． ……………………………………………（10 分）