

成都市 2021 级高中毕业班第一次诊断性检测

数 学(理科)

本试卷分选择题和非选择题两部分。第 I 卷(选择题)1 至 2 页,第 II 卷(非选择题)2 至 4 页,共 4 页,满分 150 分,考试时间 120 分钟。

注意事项:

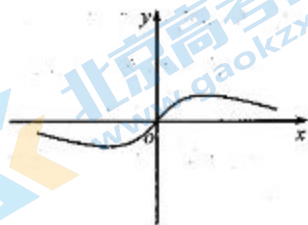
1. 答题前,务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上。
2. 答选择题时,必须使用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦擦干净后,再选涂其它答案标号。
3. 答非选择题时,必须使用 0.5 毫米黑色签字笔,将答案书写在答题卡规定的位置上。
4. 所有题目必须在答题卡上作答,在试题卷上答题无效。
5. 考试结束后,只将答题卡交回。

第 I 卷 (选择题,共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 二项式  $(1+3x)^5$  的展开式中  $x$  的系数为  
(A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 15
2. 普法知识宣传小组打算从某小区的 2000 人中抽取 25 人进行法律知识培训,拟采取系统抽样方式,为此将他们一一编号为 1~2000,并对编号由小到大进行分段,假设从第一个号码段中随机抽出的号码是 2,那么从第三个号码段中抽出的号码为  
(A) 52 (B) 82 (C) 162 (D) 252
3. 已知复数  $z = \frac{1-i}{i+i^4}$  ( $i$  为虚数单位),则  $z$  的虚部为  
(A) -1 (B) 1 (C) -i (D) i
4. 若数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 3, a_{n+1} = 2a_n - n + 1$ ,则  $a_2 + a_3 + a_4 =$   
(A) 6 (B) 14 (C) 22 (D) 37
5. 已知向量  $a = (-1, \sqrt{3}), b = (2, 0)$ ,则  $\cos\langle a, b \rangle =$   
(A)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (B)  $\frac{1}{2}$  (C)  $-\frac{1}{2}$  (D)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
6. 若实数  $x, y$  满足  $\begin{cases} 2x - y \geq 0 \\ x - 2y \leq 0 \\ 3x + y - 1 \geq 0 \end{cases}$ ,则  $x + y$  的最小值为  
(A) 0 (B)  $\frac{3}{7}$  (C)  $\frac{3}{5}$  (D) 1

7. 已知函数  $f(x)$  的大致图象如图所示, 则  $f(x)$  的解析式可以为



(A)  $f(x) = \frac{2xe^x}{e^{2x}-1}$

(B)  $f(x) = \frac{2xe^x}{e^{2x}+1}$

(C)  $f(x) = \frac{-4x}{(x^2+1)\ln(|x|+2)}$

(D)  $f(x) = \frac{4\ln(|x|+1)}{x^2+1}$

8. 已知平面  $\alpha, \beta, \gamma, \alpha \cap \beta = a, \gamma \cap \beta = b$ , 则  $a \parallel \gamma$  是  $a \parallel b$  的

(A) 充分不必要条件

(B) 必要不充分条件

(C) 充要条件

(D) 既不充分也不必要条件

9. 若  $a = \ln(\ln \pi), b = \frac{2}{3} \ln \frac{2}{3}, c = -\frac{1}{e}$ , 则

(A)  $c < a < b$

(B)  $b < c < a$

(C)  $c < b < a$

(D)  $b < a < c$

10. 已知  $\alpha \in (0, \pi)$ , 且  $2\sin \alpha - 4\cos \alpha = \sqrt{10}$ , 则  $\tan \alpha =$

(A) -3

(B)  $-\frac{1}{3}$

(C)  $\frac{1}{3}$

(D) -3 或  $\frac{1}{3}$

11. 若  $x \in [0, +\infty)$ ,  $x^2 + ax + 1 \leq e^x$  恒成立, 则实数  $a$  的最大值为

(A)  $e$

(B) 2

(C) 1

(D)  $e-2$

12. 已知圆  $C: x^2 + y^2 - 4\sqrt{3}y - 4 = 0$  经过椭圆  $\Omega: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的两个焦点  $F_1, F_2$ ,

圆  $C$  和椭圆  $\Omega$  在第二象限的交点为  $N$ ,  $\overrightarrow{NF_1} \cdot \overrightarrow{NF_2} = 16\sqrt{3} - 24$ , 则椭圆  $\Omega$  的离心率为

(A)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(B)  $\frac{\sqrt{6}}{3}$

(C)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(D)  $\frac{1}{2}$

## 第 II 卷 (非选择题, 共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡上.

13. 已知集合  $A = \{x \mid |x| < 2\}$ ,  $B = \{x \mid y = \lg x\}$ , 则  $A \cap B =$  \_\_\_\_\_.

14. 曲线  $f(x) = x^3 + x^2 + 1$  在点  $(1, f(1))$  处的切线方程为 \_\_\_\_\_.

15. 记  $S_n$  为等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和. 若  $S_7 = 14$ , 且  $a_2, a_3, a_6$  成等比数列, 则  $a_{2021}$  的值为 \_\_\_\_\_.

16. 已知高  $SO_1 = 2$ , 底面半径  $O_1A = 4$  的圆锥内接于球  $O$ , 则经过  $S$  和  $O_1A$  中点的平面截球

$O$  所得截面面积的最小值为 \_\_\_\_\_.

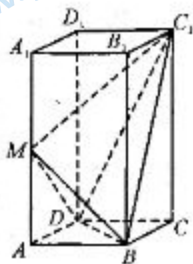
三、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

如图,正四棱柱  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $M$  为  $AA_1$  的中点,  $AB = 2, AA_1 = 4$ .

(I) 求证:  $C_1M \perp$  平面  $BDM$ ;

(II) 求二面角  $C_1 - BD - M$  的余弦值.



18. (本小题满分 12 分)

某校高中阶段实行体育模块化课程教学,在高一年级开设了篮球和羽毛球两个模块课程,从该校高一年级随机抽取的 100 名男生和 100 名女生中,统计出参加上述课程的情况如下:

	男生	女生	总计
参加篮球模块课程人数	60	20	80
参加羽毛球模块课程人数	40	80	120
总计	100	100	200

(I) 根据上述列联表,是否有 99.9% 的把握认为该校高一年级体育模块化课程的选择与性别有关;

(II) 根据抽取的 200 名学生的模块化课程成绩,每个模块课程的前 3 名获得参加体育模块化教学推广大使的评选资格,若有评选资格的 6 名学生中随机选出 2 人作为体育模块化课程教学的推广大使,记这两人中来自篮球模块化课程的人数为  $X$ ,求  $X$  的分布列和期望.

$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

$P(K^2 \geq k_0)$	0.025	0.010	0.005	0.001
$k_0$	5.024	6.635	7.879	10.828

19. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = 2\sqrt{3}\sin x \cos x + 2\cos^2 x - 1$ . 在锐角  $\triangle ABC$  中,角  $A, B, C$  的对边分别是  $a, b, c$ , 且满足  $f(A) = 1$ .

(I) 求  $A$  的值;

(II) 若  $b = 1$ , 求  $2a^2 + bc$  的取值范围.



20. (本小题满分12分)

已知抛物线  $C: y^2 = 4x$  的焦点为  $F$ .

(I) 已知过点  $F$  的直线  $l_1$  与抛物线  $C$  相交于  $A, B$  两点, 求证: 以  $AB$  为直径的圆与直线  $x = -1$  相切;

(II) 若直线  $l_2: y = x + m$  交抛物线  $C$  于  $P, Q$  两点, 当  $\triangle PQF$  的面积为 2 时, 求直线  $l_2$  的方程.

21. (本小题满分12分)

已知函数  $f(x) = 2e^x - ax$ ,  $a \in \mathbb{R}$ .

(I) 讨论函数  $f(x)$  的单调性;

(II) 当  $a = e$  时, 求证:  $f(x) > e(1 - \cos x)$ .

请考生在第 22, 23 题中任选择一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题记分. 作答时, 用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应的标号涂黑.

22. (本小题满分10分) 选修4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知直线  $C_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 2 + t\cos\alpha, \\ y = t\sin\alpha \end{cases}$  ( $t$  为参数,  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ).

以坐标原点  $O$  为极点,  $x$  轴非负半轴为极轴建立极坐标系, 曲线  $C_2$  的极坐标方程为  $\rho^2 \cos 2\theta = 2$ .

(I) 当  $\alpha = \frac{\pi}{3}$  时, 求直线  $C_1$  的普通方程;

(II) 已知点  $P(2, 0)$ , 若直线  $C_1$  交曲线  $C_2$  于  $A, B$  两点, 且  $|PA| \cdot |PB| = 4$ , 求  $\alpha$  的值.

23. (本小题满分10分) 选修4-5: 不等式选讲

已知函数  $f(x) = |2x - a| + |x + 1|$ ,  $a \in \mathbb{R}$ .

(I) 当  $a = 4$  时, 求不等式  $f(x) \geq 7$  的解集;

(II) 若  $f(x) > 2a$ , 求  $a$  的取值范围.

成都市 2021 级高中毕业班第一次诊断性检测

数学(理科)参考答案及评分意见

第 I 卷 (选择题, 共 60 分)

一、选择题:(每小题 5 分, 共 60 分)

1. D; 2. C; 3. A; 4. D; 5. C; 6. B; 7. B; 8. A; 9. C; 10. A; 11. D; 12. C.

第 II 卷 (非选择题, 共 90 分)

二、填空题:(每小题 5 分, 共 20 分)

13.  $(0, 2)$ ; 14.  $5x - y - 2 = 0$ ; 15. 2 或 2022; 16.  $\frac{25\pi}{2}$ .

三、解答题:(共 70 分)

17. 解:(I) 连接  $A_1C_1$ .

$\because$  正四棱柱  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $M$  为  $AA_1$  的中点,  $AB = 2, AA_1 = 4$ ,

$\therefore A_1C_1 = 2\sqrt{2}, A_1M = AM = 2, DM = 2\sqrt{2}, C_1D = 2\sqrt{5}, MC_1 = 2\sqrt{3}$ .  $\dots\dots 2$  分

$\therefore C_1M^2 + DM^2 = DC_1^2$ ,

$\therefore C_1M \perp DM$ .  $\dots\dots 3$  分

同理可得  $C_1M \perp BM$ .  $\dots\dots 4$  分

$\therefore DM \cap BM = M, DM \subset$  平面  $BDM, BM \subset$  平面  $BDM$ ,  $\dots\dots 5$  分

$\therefore C_1M \perp$  平面  $BDM$ .  $\dots\dots 6$  分

(II) 以  $D$  为坐标原点,  $\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DD_1}$  的方向分别为  $x$  轴,  $y$  轴,  $z$  轴正方向, 建立如图所示的空间直角坐标系  $Dxyz$ . 则  $D(0, 0, 0), M(2, 0, 2), B(2, 2, 0), C_1(0, 2, 4)$ ,

$\overrightarrow{DB} = (2, 2, 0), \overrightarrow{DM} = (2, 0, 2), \overrightarrow{DC_1} = (0, 2, 4)$ .  $\dots\dots 7$  分

设平面  $DBM$  的一个法向量为  $\mathbf{n} = (x_1, y_1, z_1)$ .

$$\text{由 } \begin{cases} \mathbf{n} \cdot \overrightarrow{DB} = 0, \\ \mathbf{n} \cdot \overrightarrow{DM} = 0 \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} 2x_1 + 2y_1 = 0, \\ 2x_1 + 2z_1 = 0. \end{cases}$$

令  $z_1 = 1$ , 得  $\mathbf{n} = (-1, 1, 1)$ .  $\dots\dots 8$  分

设平面  $DBC_1$  的一个法向量为  $\mathbf{m} = (x_2, y_2, z_2)$ .

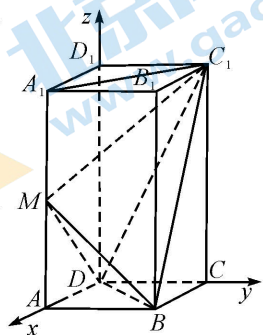
$$\text{由 } \begin{cases} \mathbf{m} \cdot \overrightarrow{DB} = 0, \\ \mathbf{m} \cdot \overrightarrow{DC_1} = 0 \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} 2x_2 + 2y_2 = 0, \\ 2y_2 + 4z_2 = 0. \end{cases}$$

令  $z_2 = 1$ , 得  $\mathbf{m} = (2, -2, 1)$ .  $\dots\dots 9$  分

$$\therefore \cos \langle \mathbf{n}, \mathbf{m} \rangle = \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{m}}{|\mathbf{n}| |\mathbf{m}|} = \frac{-3}{\sqrt{3} \times 3} = -\frac{\sqrt{3}}{3}. \dots\dots 11 \text{ 分}$$

由二面角  $C_1 - BD - M$  为锐角,

$\therefore$  所求二面角的余弦值为  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .  $\dots\dots 12$  分



18. 解:(I)由列联表数据可得,

$$K^2 = \frac{200 \times (60 \times 80 - 40 \times 20)^2}{100 \times 100 \times 120 \times 80} = \frac{100}{3} \approx 33.333 > 10.828. \quad \dots\dots 4 \text{分}$$

$\therefore$ 有 99.9%的把握认为该校高一年级体育模块化课程的选择与性别有关.  $\dots\dots 5 \text{分}$

(II)随机变量  $X$  的取值可能为 0,1,2.

$$\therefore P(X=0) = \frac{C_3^0 C_3^2}{C_6^2} = \frac{1}{5}, P(X=1) = \frac{C_3^1 C_3^1}{C_6^2} = \frac{3}{5}, P(X=2) = \frac{C_3^2 C_3^0}{C_6^2} = \frac{1}{5}, \quad \dots\dots 9 \text{分}$$

$\therefore X$  的分布列为

$X$	0	1	2
$P$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$

$\dots\dots 10 \text{分}$

$$E(X) = 0 \times \frac{1}{5} + 1 \times \frac{3}{5} + 2 \times \frac{1}{5} = 1. \quad \dots\dots 12 \text{分}$$

19. 解:(I)  $f(x) = 2\sqrt{3} \sin x \cos x + 2 \cos^2 x - 1 = \sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x = 2 \sin(2x + \frac{\pi}{6})$ .  $\dots\dots 2 \text{分}$

$$\text{由 } f(A) = 2 \sin(2A + \frac{\pi}{6}) = 1, \text{ 即 } \sin(2A + \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2}.$$

$\therefore \triangle ABC$  为锐角三角形,  $2A + \frac{\pi}{6} \in (\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6})$ ,

$$\therefore 2A + \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}.$$

$$\therefore A = \frac{\pi}{3}. \quad \dots\dots 4 \text{分}$$

(II)  $\because b=1$ , 由余弦定理,  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = c^2 - c + 1$ .

$$\therefore 2a^2 + bc = 2c^2 - c + 2. \quad \dots\dots 6 \text{分}$$

由正弦定理,  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ .

$$\therefore c = \frac{\sin C}{\sin B} = \frac{\sin(\frac{2\pi}{3} - B)}{\sin B} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cos B + \frac{1}{2} \sin B}{\sin B} = \frac{\sqrt{3}}{2 \tan B} + \frac{1}{2}. \quad \dots\dots 8 \text{分}$$

$\therefore \triangle ABC$  是锐角三角形,

$$\therefore 0 < B < \frac{\pi}{2}, \text{ 且 } C = \frac{2\pi}{3} - B < \frac{\pi}{2}.$$

$$\therefore B \in (\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}), \tan B \in (\frac{\sqrt{3}}{3}, +\infty).$$

$$\therefore c = \frac{\sqrt{3}}{2 \tan B} + \frac{1}{2} \in (\frac{1}{2}, 2). \quad \dots\dots 10 \text{分}$$

$$\therefore 2a^2 + bc = 2c^2 - c + 2 \in (2, 8).$$

综上,  $2a^2 + bc$  的取值范围为  $(2, 8)$ . ……12分

20. 解: (I) 如图, 取  $AB$  的中点  $M$ , 分别过  $A, B, M$  作准线的垂线, 依次交准线于  $A_1, B_1, M_1$ . ……1分

$$\because |AA_1| = |AF|, |BB_1| = |BF|, |MM_1| = \frac{1}{2}(|AA_1| + |BB_1|),$$

……2分

$$\therefore |MM_1| = \frac{1}{2}(|AF| + |BF|) = \frac{|AB|}{2}. \quad \text{……3分}$$

$\therefore$  以  $AB$  为直径的圆和直线  $x = -1$  相切. ……4分

(II) 设  $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$ .

$$\text{由 } \begin{cases} y = x + m, \\ y^2 = 4x \end{cases} \text{ 消去 } x, \text{ 得 } y^2 - 4y + 4m = 0.$$

由  $\Delta = 16 - 16m > 0$ , 得  $m < 1$ .

$$\therefore y_1 + y_2 = 4, y_1 y_2 = 4m. \quad \text{……6分}$$

$$\text{由 } \triangle FPQ \text{ 的面积 } S = \frac{1}{2} \cdot |PQ| \cdot d = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{1+1} \cdot |y_1 - y_2| \cdot \frac{|1+m|}{\sqrt{2}},$$

……7分

$$\therefore |1+m| \sqrt{(y_1 + y_2)^2 - 4y_1 y_2} = 4.$$

$$\therefore |1+m| \sqrt{16 - 16m} = 4, \text{ 即 } m(m^2 + m - 1) = 0. \quad \text{……9分}$$

$$\therefore m < 1,$$

$$\therefore m = 0 \text{ 或 } m = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}. \quad \text{……11分}$$

$$\therefore \text{直线 } l_2 \text{ 的方程为 } y = x \text{ 或 } y = x + \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \text{ 或 } y = x + \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}. \quad \text{……12分}$$

21. 解: (I)  $\because f'(x) = 2e^x - a$ . ……1分

若  $a \leq 0$ , 则  $f'(x) > 0$ ,  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上单调递增; ……2分

若  $a > 0$ ,

当  $x \in (-\infty, \ln \frac{a}{2})$  时,  $f'(x) < 0$ ,  $f(x)$  单调递减;

当  $x \in (\ln \frac{a}{2}, +\infty)$  时,  $f'(x) > 0$ ,  $f(x)$  单调递增. ……3分

综上, 当  $a \leq 0$  时,  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上单调递增;

当  $a > 0$  时,  $f(x)$  在  $(-\infty, \ln \frac{a}{2})$  上单调递减, 在  $(\ln \frac{a}{2}, +\infty)$  上单调递增.

……4分

(II) 当  $a = e$  时, 要  $2e^x - ex > e(1 - \cos x)$  成立.

即证  $2e^{x-1} > x + 1 - \cos x$  成立,

① 当  $x \leq 0$  时, 设函数  $k(x) = x + 1 - \cos x$ ,

$$\therefore k'(x) = 1 + \sin x \geq 0,$$

$\therefore k(x)$  在  $(-\infty, 0]$  上单调递增.



$\therefore k(x) \leq k(0) = 0.$

$\therefore 2e^{x-1} > 0 \geq x + 1 - \cos x$  成立.

……7分

②当  $x > 0$  时, 要证  $2e^{x-1} > x + 1 - \cos x$  成立,

即证  $2e^{x-1} - 2x > 1 - \cos x - x.$

设函数  $h(x) = 2e^{x-1} - 2x (x > 0),$

$\therefore h'(x) = 2e^{x-1} - 2,$

由  $h'(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递增, 且  $h'(1) = 0.$

$\therefore$  当  $x \in (0, 1), h'(x) < 0, h(x)$  单调递减;

当  $x \in (1, +\infty), h'(x) > 0, h(x)$  单调递增.

$\therefore h(x) \geq h(1) = 0.$

……9分

设函数  $g(x) = 1 - \cos x - x (x > 0),$

$\therefore g'(x) = \sin x - 1 \leq 0.$

$\therefore g(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递减.

$\therefore g(x) < g(0) = 0.$

$\therefore h(x) \geq 0 > g(x),$  上式得证.

……11分

综上所述,  $f(x) > e(1 - \cos x)$  成立.

……12分

22. 解:(I)  $\therefore$  当  $\alpha = \frac{\pi}{3}$  时, 直线  $C_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 2 + \frac{1}{2}t, \\ y = \frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases},$  ……1分

化简得直线  $C_1$  的普通方程为  $\sqrt{3}x - y - 2\sqrt{3} = 0.$

……3分

(II)  $\therefore$  曲线  $C_2$  的极坐标方程为  $\rho^2 \cos 2\theta = 2,$

$\therefore \rho^2 \cos^2 \theta - \rho^2 \sin^2 \theta = 2.$

……4分

$\therefore x = \rho \cos \theta, y = \rho \sin \theta,$

$\therefore$  曲线  $C_2$  的普通方程为  $x^2 - y^2 = 2.$

……5分

将直线  $C_1$  的参数方程  $\begin{cases} x = 2 + t \cos \alpha, \\ y = t \sin \alpha \end{cases}$  代入  $x^2 - y^2 = 2$  得  $t^2 \cos 2\alpha + 4t \cos \alpha + 2 = 0.$

$\therefore \cos 2\alpha \neq 0,$  可得  $\alpha \neq \frac{\pi}{4}, \Delta = 16 \cos^2 \alpha - 8 \cos 2\alpha = 8 > 0.$

设 A, B 两点对应的参数分别为  $t_1, t_2,$  则  $t_1 + t_2 = -\frac{4 \cos \alpha}{\cos 2\alpha}, t_1 t_2 = \frac{2}{\cos 2\alpha}.$  ……7分

$\therefore |PA| \cdot |PB| = |t_1 t_2| = \left| \frac{2}{\cos 2\alpha} \right| = 4.$

……8分

$\therefore 0 < \alpha < \frac{\pi}{2},$

$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6} \text{ 或 } \frac{\pi}{3}.$

……10分

23. 解:(I) 当  $a = 4$  时,  $f(x) = |2x - 4| + |x + 1|.$  ……1分

①当  $x \geq 2$  时,  $f(x) = 3x - 3 \geq 7,$  解得  $x \geq \frac{10}{3};$  ……2分



②当  $x \leq -1$  时,  $f(x) = 3 - 3x \geq 7$ , 解得  $x \leq -\frac{4}{3}$ ; .....3分

③当  $-1 < x < 2$  时,  $f(x) = -x + 5 \geq 7$ , 解得  $x \leq -2$ , 不合题意. ....4分

综上, 不等式  $f(x) \geq 7$  的解集为  $(-\infty, -\frac{4}{3}] \cup [-\frac{10}{3}, +\infty)$ . ....5分

(II) 由题, ①当  $a < 0$  时,  $f(x) > 2a$  显然成立. ....6分

②当  $a \geq 0$  时,  $f(x) = |2x - a| + |x + 1| = \begin{cases} -3x + a - 1, & x \leq -1, \\ -x + a + 1, & -1 < x < \frac{a}{2}, \\ 3x - a + 1, & x \geq \frac{a}{2}. \end{cases}$  .....7分

$\therefore f(x)$  在  $(-\infty, -1]$  单减, 在  $(-1, \frac{a}{2})$  单减, 在  $[\frac{a}{2}, +\infty)$  单调递增.

$\therefore f(x)_{\min} = f(\frac{a}{2}) = \frac{a}{2} + 1$ . ....8分

由  $f(x) > 2a$  恒成立, 故  $f(x)_{\min} = \frac{a}{2} + 1 > 2a$ , 解得  $a < \frac{2}{3}$ .

$\therefore 0 \leq a < \frac{2}{3}$ . ....9分

综上,  $a$  的取值范围为  $(-\infty, \frac{2}{3})$ . ....10分

## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 50W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数千场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

推荐大家关注北京高考在线网站官方微信公众号：**京考一点通**，我们会持续为大家整理分享最新的高中升学资讯、政策解读、热门试题答案、招生通知等内容！

