东城区 2021—2022 学年度第一学期期末统一检测

初三数学

2022.1

学校＿＿＿＿＿＿ 班级＿＿＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿＿＿ 教育ID号＿＿＿＿＿＿

考生须知	
	1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分，考试时间 120 分钟。
	2. 在试卷和答题卡上准确填写学校、班级、姓名和教育 ID 号。
	3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
	4. 在答题卡上选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
	5. 考试结束后，请将答题卡交回。

一、选择题(每题 2 分，共 16 分)

1. 一元二次方程 $2x^2+x-5=0$ 的二次项系数、一次项系数、常数项分别是

A. 2，1，5　　B. 2，1，-5

C. 2，0，-5　　D. 2，0，5

2. 下列四个图形中，为中心对称图形的是

A　　B　　C　　D

3. 将抛物线 $y=x^2$ 向上平移 3 个单位长度得到的抛物线是

A. $y=x^2+3$　　B. $y=x^2-3$

C. $y=(x+3)^2$　　D. $y=(x-3)^2$

4. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(2,3)$ 关于原点对称的点的坐标是

A. $(2,-3)$　　B. $(-2,3)$

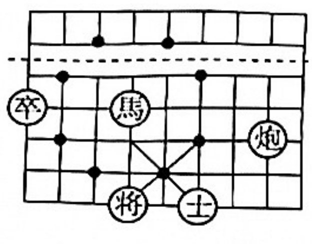
C. $(3,2)$　　D. $(-2,-3)$

5. 用配方法解方程 $x^2+4x=1$，变形后结果正确的是

A. $(x+2)^2=5$　　B. $(x+2)^2=2$

C. $(x-2)^2=5$　　D. $(x-2)^2=2$

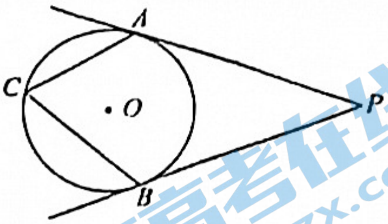
6. 中国象棋文化历史久远. 在图中所示的部分棋盘中，“馬”的位置在“………”(图中虚线)的下方，“馬”移动一次能够到达的所有位置已用“•”标记，则“馬”随机移动一次，到达的位置在“………”上方的概率是



A. $\frac{1}{8}$　　B. $\frac{1}{6}$

C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{1}{2}$

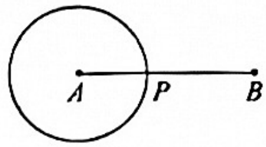
7. 如图，PA，PB 是⊙O 的切线，A，B 是切点，点 C 为⊙O 上一点，若 $\angle ACB=70^\circ$，则 $\angle P$ 的度数为



A. 70°　　　　B. 50°

C. 20°　　　　D. 40°

8. 如图，线段 $AB=5$，动点 P 以每秒 1 个单位长度的速度从点 A 出发，沿线段 AB 运动至点 B，以点 A 为圆心，线段 AP 的长为半径作圆，设点 P 的运动时间为 t，点 P，B 之间的距离为 y，⊙A 的面积为 S，则 y 与 t，S 与 t 满足的函数关系分别是



A. 正比例函数关系，一次函数关系

B. 一次函数关系，正比例函数关系

C. 一次函数关系，二次函数关系

D. 正比例函数关系，二次函数关系

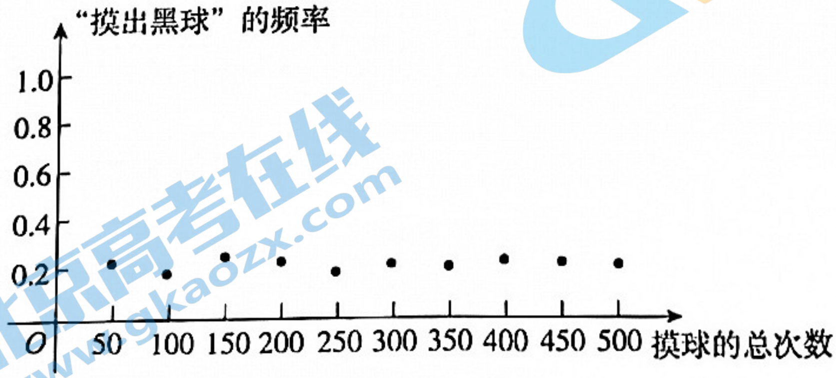
二、填空题（每题 2 分，共 16 分）

9. 抛物线 $y=-3(x-1)^2+2$ 的顶点坐标是________.

10. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2-2x+m=0$ 有一个根为 1，则 m 的值为________.

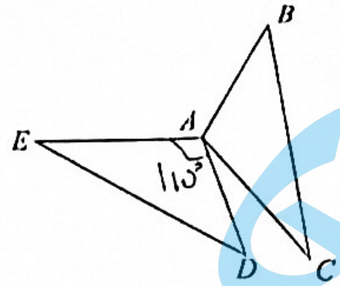
11. 写出一个开口向上，并且与 y 轴交于点(0，2)的抛物线的解析式________.

12. 社团课上，同学们进行了"摸球游戏"：在一个不透明的盒子里，装有 20 个除颜色不同外其余均相同的黑、白两种球. 将盒子里面的球搅匀后，从中随机摸出一个球记下颜色，再把它放回盒子中，不断重复上述过程. 整理数据后，制作了"摸出黑球的频率"与"摸球的总次数"的关系图象，如图所示，经分析可以推断"摸出黑球"的概率为________.

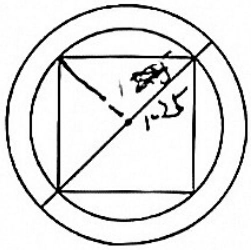


13. 2021 年是中国共产党建党 100 周年，全国各地积极开展"弘扬红色文化，重走长征路"主题教育活动. 据了解，某展览中心 3 月份的参观人数为 10 万人，5 月份的参观人数增加到 12.1 万人. 设参观人数的月平均增长率为 x，则可列方程为________.

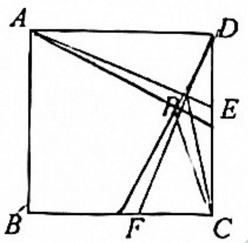
14. 如图，将△ABC绕点 A 顺时针旋转得到△ADE，若∠DAE＝110°，∠B＝40°，则∠C 的度数为________.



15. 斛是中国古代的一种量器. 据《汉书·律历志》记载："斛底，方而圜(huán)其外，旁有庣(tiāo)焉."意思是说："斛的底面为：正方形外接一个圆，此圆外是一个同心圆."如图所示.
问题：现有一斛，其底面的外圆直径为两尺五寸（即 2.5 尺），"庣旁"为两寸五分（即两同心圆的外圆与内圆的半径之差为0.25尺），则此斛底面的正方形的边长为________尺.



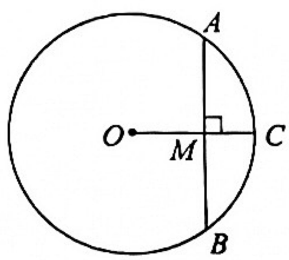
16. 如图，在边长为 2 的正方形 $ABCD$ 中，E、F 分别是边 DC，CB 上的动点，且始终满足 $DE=CF$，AE，DF 交于点 P，则∠APD 的度数为________；连接 CP，线段 CP 的最小值为________.



三、解答题（共 68 分，17－22 题，每题 5 分，23－26 题，每题 6 分，27－28 题，每题 7 分）

17. 解方程：$x^2-2x-8=0$.

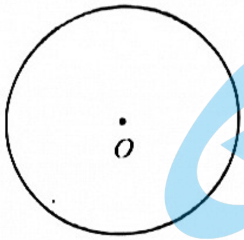
18. 如图，AB 为⊙O 的弦，$OC\perp AB$ 于点 M，交⊙O 于点 C. 若⊙O 的半径为 10，$OM:MC=3:2$，求 AB 的长.



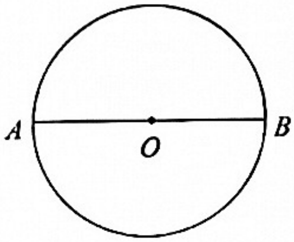
19. 下面是小明设计的"作圆的内接等腰直角三角形"的尺规作图过程.

已知：⊙O.

求作：⊙O 的内接等腰直角三角形 ABC.



作法：如图.



①作直径 AB；

②分别以点 A，B 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径作弧，两弧交于点 M；

③作直线 MO 交⊙O 于 C，D 两点；

④连接 AC，BC.

所以△ABC 就是所求作的等腰直角三角形.

根据小明设计的尺规作图过程，解决下面的问题：

(1)使用直尺和圆规，补全图形(保留作图痕迹)；

(2)完成下面的证明.

证明：连接 MA，MB.

∵$MA=MB$，$OA=OB$，

∴MO 是 AB 的垂直平分线.

又∵直线 MO 交⊙O 于点 C，

∴$AC=$________.

∵AB 是直径，

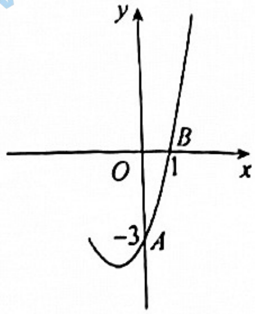
∴$\angle ACB=$________(________)(填写推理依据).

∴△ABC 是等腰直角三角形.

20. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+2x+c$ 的部分图象经过点 $A(0,-3)$，$B(1,0)$.

(1)求该抛物线的解析式；

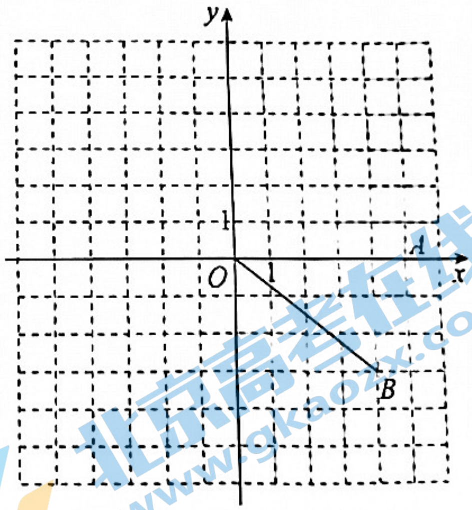
(2)结合函数图象，直接写出 $y<0$ 时，x 的取值范围.



21. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，$\triangle OAB$ 的顶点坐标分别为 $O(0,0)$，$A(5,0)$，$B(4,-3)$，将 $\triangle OAB$ 绕点 O 顺时针旋转 90°得到 $\triangle OA'B'$，点 A 旋转后的对应点为 A'.

(1)画出旋转后的图形 $\triangle OA'B'$，并写出点 A' 的坐标；

(2)求点 B 经过的路径 $\overset{\frown}{BB'}$ 的长(结果保留 π).



22. 2021 年 6 月 17 日，神舟十二号成功发射，标志着我国载人航天踏上新征程. 某学校举办航天知识讲座，需要两名引导员，决定从 A，B，C，D 四名志愿者中通过抽签的方式确定两人. 抽签规则：将四名志愿者的名字分别写在四张完全相同且不透明卡片的正面，把四张卡片背面朝上，洗匀后放在桌面上，先从中随机抽取一张卡片，记下名字，再从剩余的三张卡片中随机抽取第二张，记下名字.

(1)“A 志愿者被选中”是________事件(填“随机”、“不可能”或“必然”)；

(2)用画树状图或列表的方法求出 A，B 两名志愿者同时被选中的概率.

23. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-(k+4)x+4k=0$.

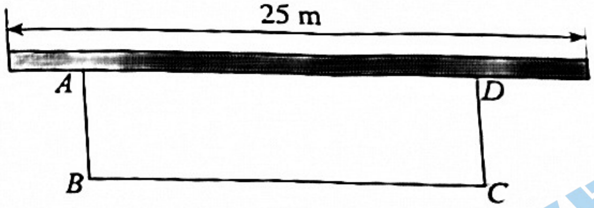
(1)求证：该方程总有两个实数根；

(2)若该方程有一个根小于 2，求 k 的取值范围.

24. 为了改善小区环境，某小区决定在一块一边靠墙（墙长为 25 m）的空地上修建一个矩形小花园 $ABCD$，小花园一边靠墙，另三边用总长 40 m 的栅栏围住，如下图所示. 设矩形小花园 AB 边的长为 x m，面积为 y m^2.

(1)求 y 与 x 之间的函数关系式；

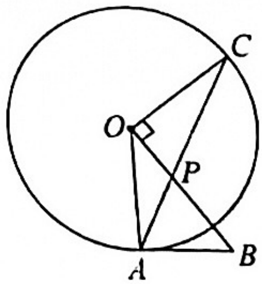
(2)当 x 为何值时，小花园的面积最大？最大面积是多少？



25. 如图，AC 是⊙O 的弦，过点 O 作 $OP\perp OC$ 交 AC 于点 P，在 OP 的延长线上取点 B，使得 $BA=BP$.

(1)求证：AB 是⊙O 的切线；

(2)若⊙O 的半径为 4，$PC=2\sqrt{5}$，求线段 AB 的长.



26. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $(1,m)$ 和 $(2,n)$ 在抛物线 $y=-x^2+bx$ 上.

(1)若 $m=0$，求该抛物线的对称轴；

(2)若 $mn<0$，设抛物线的对称轴为直线 $x=t$.

①直接写出 t 的取值范围；

②已知点 $(-1,y_1)$，$(\frac{3}{2},y_2)$，$(3,y_3)$ 在该抛物线上，比较 y_1,y_2,y_3 的大小，并说明理由.

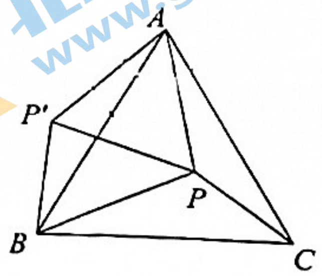
27. 如图，在等边三角形 ABC 中，点 P 为 $\triangle ABC$ 内一点，连接 AP，BP，CP，将线段 AP 绕点 A 顺时针旋转 $60°$ 得到 AP'，连接 PP'，BP'.

(1)用等式表示 BP' 与 CP 的数量关系，并证明；

(2)当 $\angle BPC=120°$ 时，

①直接写出 $\angle P'BP$ 的度数为__________；

②若 M 为 BC 的中点，连接 PM，用等式表示 PM 与 AP 的数量关系，并证明.



28. 在平面直角坐标系 xOy 中，⊙O 的半径为 1，对于直线 l 和线段 AB，给出如下定义：若将线段 AB 关于直线 l 对称，可以得到⊙O 的弦 $A'B'$（A'，B' 分别为 A，B 的对应点），则称线段 AB 是⊙O 的关于直线 l 对称的"关联线段"。例如，在图 1 中，线段 AB 是⊙O 的关于直线 l 对称的"关联线段"。

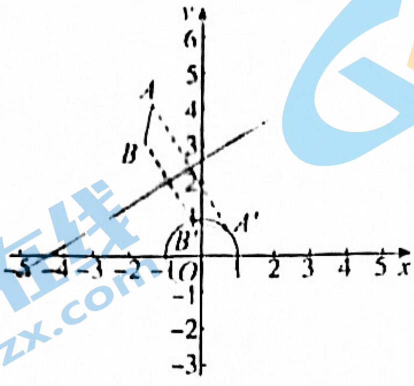


图 1

(1) 如图 2，点 A_1，B_1，A_2，B_2，A_3，B_3 的横、纵坐标都是整数.

①在线段 A_1B_1，A_2B_2，A_3B_3 中，⊙O 的关于直线 $y=x+2$ 对称的"关联线段"是________；

②若线段 A_1B_1，A_2B_2，A_3B_3 中，存在⊙O 的关于直线 $y=-x+m$ 对称的"关联线段"，则 $m=$________；

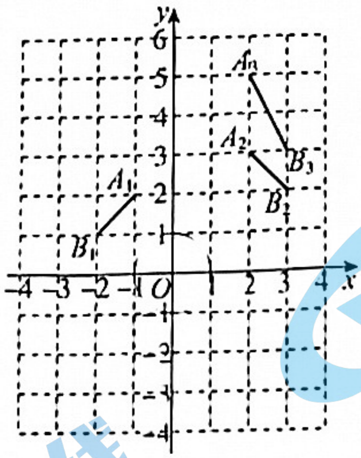


图 2

(2) 已知直线 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+b(b>0)$ 交 x 轴于点 C，在△ABC 中，$AC=3$，$AB=1$. 若线段 AB 是⊙O 的关于直线 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+b(b>0)$ 对称的"关联线段"，直接写出 b 的最大值和最小值，以及相应的 BC 长.

东城区 2021-2022 学年第一学期期末统一检测

初三数学参考答案及评分标准

2022.1

一、选择题（每题 2 分，共 16 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	B	A	D	A	C	D	C

二、填空题(每题 2 分，共 16 分)

题号	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	（1,2）	1	答案不唯一 如：$y=x^2+2$	0.2	$10(1+x)^2=12.1$	30°	$\sqrt{2}$	$90^\circ,\sqrt{5}-1$

三、解答题（共 68 分，17-22 题，每题 5 分，23-26 题，每题 6 分，27-28 题，每题 7 分）

17．解方程：$x^2-2x-8=0$ ．

解：移项，得 $x^2-2x=8$ ． ………………..1 分

配方，得 $(x-1)^2=9$ ． ………………..3 分

$\therefore x_1=4$，$x_2=-2$． ………………..5 分

18．解：如图，连接 OA．

$\because OM:MC=3:2$，$OC=10$，

$\therefore OM=6$． ………………..2 分

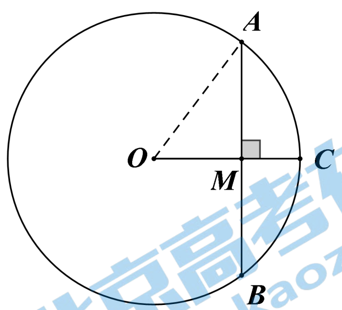
$\because OC\perp AB$，

$\therefore \angle OMA=90°$，$AB=2AM$．

在 Rt$\triangle AOM$ 中，$AO=10$，$OM=6$，

$\therefore AM=8$． ………………..4 分

$\therefore AB=16$． ………………..5 分



19．（1）图略……2 分

（2）BC，90° ，直径所对的圆周角是直角．……5 分

20．解：(1) 抛物线 $y=ax^2+2x+c$ 经过点 $A(0，-3)$，$B(1，0)$ ．

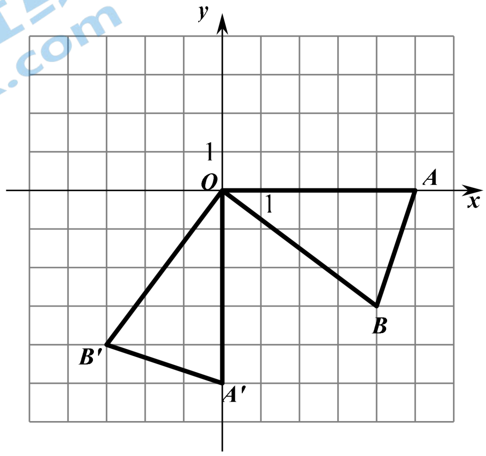
则$\begin{cases}-3=c,\\ 0=a+2+c.\end{cases}$ ………………..2 分

解这个方程组，得$\begin{cases}a=1,\\ c=-3.\end{cases}$

所求抛物线的解析式是 $y=x^2+2x-3$． ………………..3 分

(2) $-3<x<1$． ………………..5 分

21．解：（1）如图，$\triangle OA'B'$ 即为所求．



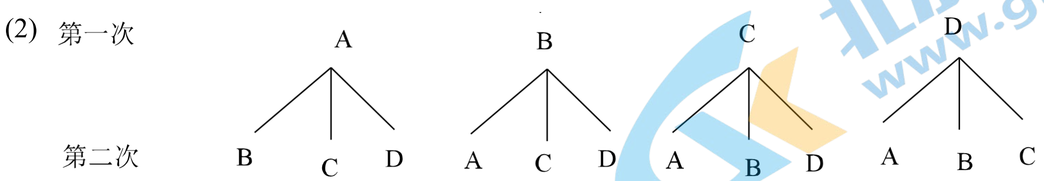
点 A' 的坐标为 $(0,-5)$ ………………..3 分

（2）由题意可求， $OB=5$ ………………..4 分

$\therefore l_{\overset{\frown}{BB'}}=\dfrac{90\pi\times5}{180}=\dfrac{5}{2}\pi$……5分

22．(1)随机……1 分

(2)



…………3 分

由上述树状图可知：所有可能出现的结果共有 12 种,并且每一个结果出现的可能性相同．其中 A，B 两名志愿者同时被选中的有 2 种.

$\therefore P$（A，B 两名志愿者同时被选中）$=\dfrac{2}{12}=\dfrac{1}{6}$ …………5 分

23．解：(1) $\because \Delta=[-(k+4)]^2-4\times4k=k^2-8k+16=(k-4)^2\geq0$， ………………..3 分

$\therefore$方程总有两个实数根．

(2)由求根公式，得

$x_1=4$，$x_2=k$

依题意可，得 $k<2$．…………6 分

24．（1）$y=x(40-2x)=-2x^2+40x$．（$7.5\le x<20$）……………3 分

(2) ∵ $y=-2(x-10)^2+200$，($7.5\le x<20$)……………5 分

∴ 当 $x=10$ 时，$y_{max}=200$………………6 分

答：当 x 为 10m 时，小花园的面积最大，最大面积是 200m^2.

25．解：（1）证明：∵$BA=BP$，

∴∠BPA=∠BAP．

∵$OA=OC$，

∴∠OAC=∠OCA．

∵OP⊥OC，

∴∠COP=90°．

∴∠OPC+∠OCP=90°．

∵∠APB=∠OPC，

∴∠BAP+∠OAC=90°．

即∠OAB=90°，

∴OA⊥AB．

∵OA 为半径，

∴AB 为⊙O 的切线．……………3 分

（2）解：在 Rt△OPC 中，OC=4，PC=$2\sqrt{5}$，

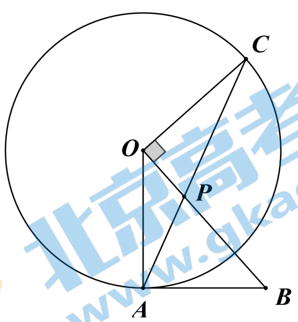
∴OP=2．

设 AB=x，则 OB=x+2．

在 Rt△AOB 中，$x^2+4^2=(x+2)^2$，

∴x=3．

即 AB=3．……………6 分



26．解：（1）∵点（1，m）在抛物线 $y=-x^2+bx$ 上，m=0，

$\therefore -1+b=0$.

$\therefore b=1$.

$\therefore$该抛物线的对称轴为$x=\frac{1}{2}$.　……………..2 分

（2）①$\frac{1}{2}<t<1$……………..4 分

②$y_3<y_1<y_2$.

理由如下：

由题意可知，抛物线过原点.

设抛物线与 x 轴另一交点的横坐标为 x'.

$\because$抛物线经过点$(1，m)$，$(2，n)$，$mn<0$

$\therefore 1<x'<2$.

$\therefore \frac{1}{2}<t<1$.

设点（－1，y_1）关于抛物线的对称轴 $x=t$ 的对称点为(x_0,y_1).

$\because$点（－1，y_1）在抛物线上，

$\therefore$点(x_0,y_1)也在抛物线上.

由 $x_0-t=t-(-1)$ 得 $x_0=2t+1$.

$\because \frac{1}{2}<t<1$,

$\therefore 1<2t<2$.

$\therefore 2<2t+1<3$.

$\therefore 2<x_0<3$.

由题意可知，抛物线开口向下.

$\therefore$当 $x>t$ 时，y 随 x 的增大而减小.

$\because$点（$\frac{3}{2}$，y_2），(x_0,y_1)，（3，y_3）在抛物线上，且$t<\frac{3}{2}<x_0<3$，

$\therefore y_3<y_1<y_2$　……………..6 分

27.（1）$BP'=CP$.

证明：在等边三角形 ABC 中，$AB=AC$，$\angle BAC=60°$，

由旋转可知：$AP=AP'$，$\angle PAP'=60°$，

$\therefore \angle PAP'-\angle BAP=\angle BAC-\angle BAP$

即$\angle BAP'=\angle CAP$

在△ABP' 和△ACP 中

$$\begin{cases} AB = AC, \\ \angle BAP' = \angle CAP, \\ AP' = AP, \end{cases}$$

∴△ABP' ≌△ACP（SAS）. ……………..3 分

∴BP' ＝CP .

（2）①60°. ……………..4 分

②$PM=\frac{1}{2}AP$.

证明：如图，延长 PM 到 N，使得 NM＝PM，连接 BN.

∵M 为 BC 的中点，

∴BM＝CM.

在△PCM 和△NBM 中

$$\begin{cases} PM = NM, \\ \angle PMC = \angle NMB, \\ CM = BM, \end{cases}$$

∴△PCM≌△NBM（SAS）.

∴CP＝BN，∠PCM＝∠NBM.

∴BN＝BP'.

∵∠BPC＝120°，

∴∠PBC＋∠PCB＝60°.

∴∠PBC＋∠NBM＝60°.

即∠NBP＝60°.

∵∠ABC＋∠ACB＝120°，

∴∠ABP＋∠ACP＝60°.

∴∠ABP＋∠ABP' ＝60°.

即∠P' BP＝60°.

∴∠P' BP＝∠NBP.

在△PNB 和△PP' B 中

$$\begin{cases} BN = BP', \\ \angle NBP = \angle P'BP, \\ BP = BP, \end{cases}$$

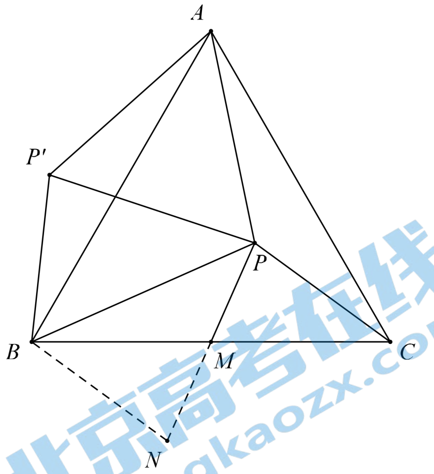
∴△PNB≌△PP' B（SAS）.

∴PN＝PP'.

∵△PAP' 为等边三角形，

$\therefore P'P=AP$.

$\therefore PM=\dfrac{1}{2}AP$． ……………..7 分



28．（1）① A_1B_1； ……………..1 分

②2 或 3． ……………..3 分

（2）b 的最大值为$\dfrac{4}{3}\sqrt{3}$，此时 $BC=\sqrt{13}$； ……………..5 分；

b 的最大值为$\dfrac{2}{3}\sqrt{3}$，此时 $BC=\sqrt{7}$； ……………..7 分；