2024 年高考数学仿真模拟卷(七)（新高考专用）

（时间：120 分钟　满分：150 分）

一、选择题(本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1．(2023·南昌模拟)已知集合 $A=\{x|x^2-4x-5\leq 0\}$，$B=\{x|\log_2x<2\}$，则 $A\cap B$ 等于(　　)

A．$[-1,4)$　　B．$[-1,4]$　　C．$[-1,5]$　　D．$(0,4)$

2．(2023·泰安模拟)若$\dfrac{z-1}{1-\mathrm{i}}=1+2\mathrm{i}$(i 为虚数单位)，则$|z-1|$等于(　　)

A．$2\sqrt{2}$　　B.$\sqrt{10}$　　C.$\sqrt{5}$　　D.$\sqrt{2}$

3．(2023·江西师大附中模拟)若 a 为实数，则“$a=1$”是“直线 l_1：$ax+y+2=0$ 与 l_2：$x+ay-3-a=0$ 平行”的(　　)

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

4．(2023·厦门模拟)已知圆台上、下底面的半径分别为 1 和 2，母线长为 3，则圆台的体积为(　　)

A.$\dfrac{7\pi}{3}$　　B.$\dfrac{14\sqrt{2}\pi}{3}$　　C．7π　　D．$14\sqrt{2}\pi$

5.(2023·抚顺模拟)第 19 届亚运会于 2023 年 9 月 23 日至 10 月 8 日在杭州举行，甲、乙等 4 名杭州亚运会志愿者到游泳、射击、体操三个场地进行志愿服务，每名志愿者只去一个场地，每个场地至少有一名志愿者，若甲不去游泳场地，则不同的安排方法共有(　　)

A．12 种　　B．18 种　　C．24 种　　D．36 种

6．(2023·广州模拟)已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，过点$(-a,0)$且方向向量为 $\boldsymbol{n}=(1,-1)$的光线，经直线 $y=-b$ 反射后过 C 的右焦点，则 C 的离心率为(　　)

A.$\dfrac{3}{5}$　　B.$\dfrac{2}{3}$　　C.$\dfrac{3}{4}$　　D.$\dfrac{4}{5}$

7．(2023·苏州八校联盟模拟)已知 O 为坐标原点，点 $A(1,0)$，点 P 在曲线 $y=x^2+1$ 上，则向量$\overrightarrow{OA}$在向量$\overrightarrow{OP}$方向上的投影向量的长度的最大值为(　　)

A.$\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　B.$\dfrac{1}{2}$　　C.$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　D.$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

8．(2023·宁波模拟)已知函数 $f_1(x)=x^3-3x$，$f_n(x)=|f_{n-1}(x)|-1(n\geq 2)$，则 $f_{2\,023}(x)$的零点个数为(　　)

A．2 023　　B．2 025　　C．2 027　　D．2 029

二、选择题(本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求的．全部选对得 5 分，部分选对得 2 分，有选错的得 0 分)

9．(2023·盐城模拟)设直线 l：$mx-y-2m+2=0(m\in\mathbf{R})$交圆 C：$(x-3)^2+(y-4)^2=9$ 于 A，B 两点，则下列说法正确的有(　　)

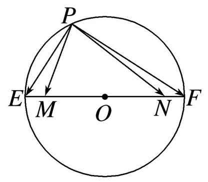
A．直线 l 恒过定点(1,2)

B．弦 AB 长的最小值为 4

C．当 $m=1$ 时，圆 C 关于直线 l 对称的圆的方程为$(x-4)^2+(y-3)^2=9$

D. 过坐标原点 O 作直线 l 的垂线，垂足为点 M，则线段 MC 长度的最小值为$\sqrt{13}$

10．(2023·黄山模拟)如图，EF 为圆 O 的一条直径，点 P 是圆周上的动点，M，N 是直径 EF 上关于圆心 O 对称的两点，且 $EF=8$，$MN=6$，则(　　)



A.$\overrightarrow{PM}=\dfrac{1}{8}\overrightarrow{PE}+\dfrac{7}{8}\overrightarrow{PF}$

B.$\overrightarrow{PE}+\overrightarrow{PF}=\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{PN}$

C.$\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}>\overrightarrow{PE}\cdot\overrightarrow{PF}$

D.$|\overrightarrow{PF}-\overrightarrow{PE}|>|\overrightarrow{PN}-\overrightarrow{PM}|$

11. (2023·龙岩模拟)已知函数 $f(x)=\left|2\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{4}\right)\right|$，则下列说法正确的是(　　)

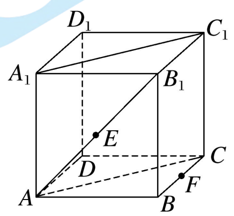
A．$f(x)$的图象关于点$\left(\dfrac{\pi}{8},0\right)$对称

B．$f(x)$图象的一条对称轴是 $x=\dfrac{\pi}{8}$

C．$f(x_1)f(x_2)=4$，$x_1\neq x_2$，则$|x_1-x_2|$的最小值为$\dfrac{\pi}{2}$

D．若 $x\in\left[\dfrac{\pi}{4},\dfrac{11\pi}{24}\right]$，$y=f(x)-a$ 有两个零点，则实数 a 的取值范围是$[\sqrt{2}，2)$

12．(2023·抚顺模拟)如图，在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E，F 分别为 AB_1 和 BC 的中点，M 是截面 A_1ACC_1 上的一个动点(不包含边界)，若 $A_1M\perp AB_1$，则下列结论正确的是(　　)



A．AM 的最小值为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

B．三棱锥 $A-EFM$ 的体积为定值

C．有且仅有一个点 M，使得 EM∥平面 $ABCD$

D．$AM+EM$ 的最小值为$\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

三、填空题(本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分)

13．(2023·东莞模拟)在$\left(x+\dfrac{1}{x}-y\right)^{10}$的展开式中，$x^3y^7$ 的系数为________．

14．(2023·梅州模拟)有一批同规格的产品由甲、乙、丙三家工厂生产，其中甲、乙、丙工厂分别生产 3 000 件、3 000 件、4 000 件，而且甲、乙、丙工厂的次品率依次为 6%、5%、5%.现从这批产品中任取一件，取到次品的概率为________．

15．(2023·茂名模拟)已知函数 $f(x)$的图象关于直线 $x=1$ 对称，且 $x\leq 1$ 时，$f(x)=\mathrm{e}^x+x-1$，则曲线 $y=f(x)$在点 $P(2，f(2))$处的切线方程为________________．

16．(2023·桂林模拟)已知抛物线 C：$y^2=2px(p>0)$的焦点 F 到准线的距离为 2，点 P，Q，M，N 在抛物线 C 上，$\overrightarrow{OA}=4\overrightarrow{OF}$，$P$，$Q$，$A$ 三点共线，P，F，M 三点共线，Q，F，N 三点共线，则$\triangle PQF$ 与$\triangle MNF$ 的面积之比为________．

四、解答题(本大题共 6 小题，共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17．(10 分)(2023·杭州模拟)在$\triangle ABC$ 中，内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，且 $\cos B+\sin\dfrac{A+C}{2}=0$.

(1)求角 B 的大小；

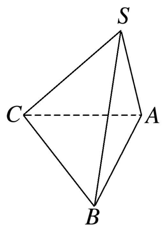
(2)若 $a:c=3:5$，且 AC 边上的高为$\dfrac{15\sqrt{3}}{14}$，求$\triangle ABC$ 的周长．

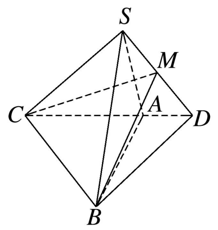
18．(12 分)(2023·福州模拟)已知数列$\{a_n\}$的首项 $a_1=\dfrac{4}{5}$，$a_{n+1}=\dfrac{4a_n}{3a_n+1}$，$n\in\mathbf{N}^*$.

(1)设 $b_n=\dfrac{a_n}{1-a_n}$，求数列$\{b_n\}$的通项公式；

(2)在 b_k 与 b_{k+1}(其中 $k\in\mathbf{N}^*$)之间插入 2^k 个 3，使它们和原数列的项构成一个新的数列$\{c_n\}$．记 S_n 为数列$\{c_n\}$的前 n 项和，求 S_{36}.

19．(12 分)(2023·南平质检)如图，在三棱锥 $S-ABC$ 中，底面 ABC 是边长为 4 的正三角形，$SC=2\sqrt{6}$，$SB=4$，SB 与平面 ABC 所成角为$\frac{\pi}{3}$.





(1)证明：$SC\perp AB$；

(2)点 D 在 CA 的延长线上，且 $CD=\frac{3}{2}CA$，M 是 SD 的中点，求平面 BCM 与平面 SAB 夹角的余弦值.

20．(12 分)(2023·日照模拟)第 22 届世界杯于 2022 年 11 月 21 日到 12 月 18 日在卡塔尔举办．在决赛中，阿根廷队通过点球战胜法国队获得冠军．

(1)扑点球的难度一般比较大，假设罚点球的球员会等可能地随机选择球门的左、中、右三个方向射门，门将也会等可能地随机选择球门的左、中、右三个方向来扑点球，而且门将即使方向判断正确也有$\frac{2}{3}$的可能性扑不到球．不考虑其他因素，在一次点球大战中，求门将在前三次扑到点球的个数 X 的分布列和数学期望；

(2)好成绩的取得离不开平时的努力训练，甲、乙、丙三名前锋队员在某次传接球的训练中，球从甲脚下开始，等可能地随机传向另外 2 人中的 1 人，接球者接到球后再等可能地随机传向另外 2 人中的 1 人，如此不停地传下去，假设传出的球都能接住．记第 n 次传球之前球在甲脚下的概率为 p_n，易知 $p_1=1$，$p_2=0$.

①试证明：$\left\{P_n-\frac{1}{3}\right\}$为等比数列；

②设第 n 次传球之前球在乙脚下的概率为 q_n，比较 p_{10} 与 q_{10} 的大小.

21．(12 分)(2023·广东六校联考)已知圆 F_1：$x^2+y^2+4x=0$，圆 F_2：$x^2+y^2-4x-12=0$，一动圆与圆 F_1 和圆 F_2 同时内切.

(1)求动圆圆心 M 的轨迹方程；

(2)设圆心 M 的轨迹为曲线 C，两互相垂直的直线 l_1，l_2 相交于点 F_2，l_1 交曲线 C 于 M，N 两点，l_2 交圆 F_1 于 P，Q 两点，求△PQM 与△PQN 的面积之和的取值范围.

22．(12 分)(2023·湖州、衢州、丽水模拟)已知函数 $f(x)=e^x-a\sin x+bx$(其中 e 是自然对数的底数，且 $a>0$).

(1)当 $b=0$ 时，函数 $f(x)$在$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$上有极小值，求实数 a 的取值范围；

(2)当 $b<0$ 时，设 x_0 是函数 $f(x)$的极值点，证明：$f(x_0)\geqslant b\ln\left(-\frac{b}{2}\right)-\sqrt{2}a$.