2021 北京丰台高三二模

数　　学

2021.04

本试卷满分共 150 分 考试时间 120 分钟

注意事项：

1. 答题前，考生务必先将答题卡上的学校、年级、班级、姓名、准考证号用黑色字迹签字笔填写清楚，并认真核对条形码上的准考证号、姓名，在答题卡的“条形码粘贴区”贴好条形码。

2. 本次考试所有答题均在答题卡上完成。选择题必须使用 2B 铅笔以正确填涂方式将各小题对应选项涂黑，如需改动，用橡皮擦除干净后再选涂其它选项。非选择题必须使用标准黑色字迹签字笔书写，要求字体工整、字迹清楚。

3. 请严格按照答题卡上题号在相应答题区内作答，超出答题区域书写的答案无效，在试卷、草稿纸上答题无效。

4. 请保持答题卡卡面清洁，不要装订、不要折叠、不要破损。

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

（1）在复平面内，复数 $z=\dfrac{\mathrm{i}}{2-\mathrm{i}}$ 对应的点位于

（A）第一象限　　（B）第二象限

（C）第三象限　　（D）第四象限

（2）下列函数中，在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增的是

（A） $y=(\dfrac{1}{2})^x$　　（B） $y=x^{-1}$

（C） $y=(x-1)^2$　　（D） $y=\ln x$

（3）已知向量 $\boldsymbol{a}=(-1,2),\boldsymbol{b}=(2,m)$，若 $\boldsymbol{a}\,//\,\boldsymbol{b}$，则 $m=$

（A） -4　　（B） $-\dfrac{1}{2}$

（C） $\dfrac{1}{2}$　　（D） 4

（4）在平面直角坐标系 xOy 中，角 α 以 Ox 为始边，它的终边与以原点 O 为圆心的单位圆的交点为 $P(\dfrac{2}{3},y_0)$，则

$\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha)=$

（A）$\frac{2}{3}$　　　　（B）$-\frac{2}{3}$

（C）$\frac{\sqrt{5}}{3}$　　　　（D）$-\frac{\sqrt{5}}{3}$

（5）已知α,β,γ是三个不同的平面，a,b是两条不同的直线，下列命题中正确的是

（A）若$\alpha\perp\gamma,\beta\perp\gamma$，则$\alpha\parallel\beta$　　　　（B）若$a\perp\alpha,b\perp\alpha$，则$a\parallel b$

（C）若$a\parallel\alpha,b\parallel\alpha$，则$a\parallel b$　　　　（D）若$a\parallel\alpha,a\parallel\beta$，则$\alpha\parallel\beta$

（6）“$a=1$”是“直线$x+ay-1=0$与直线$ax-y+1=0$相互垂直”的

（A）充分而不必要条件　　　　（B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件　　　　（D）既不充分也不必要条件

（7）已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-y^2=1(a>0)$的渐近线与圆$x^2+y^2-4y+3=0$相切，则$a=$

（A）3　　　　（B）$\sqrt{3}$

（C）$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　　　（D）$\frac{1}{3}$

（8）将函数$y=\log_2(2x+2)$的图象向下平移1个单位长度，再向右平移1个单位长度，得到函数$g(x)$的图象，则$g(x)=$

（A）$\log_2(2x+1)-1$　　　　（B）$\log_2(2x+1)+1$

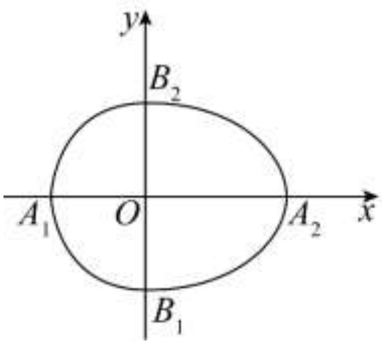
（C）$\log_2 x-1$　　　　（D）$\log_2 x$

（9）某中学举行“十八而志,青春万岁”成人礼，现在需要从4个语言类节目和6个歌唱类节目中各选2个节目进行展演，则语言类节目A和歌唱类节目B至少有一个被选中的不同选法种数是

（A）15　　　　（B）45

（C）60　　　　（D）75

（10）如图，半椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(x\geqslant 0)$与半椭圆$\frac{y^2}{b^2}+\frac{x^2}{c^2}=1(x\leqslant 0)$组成的曲线称为“果圆”，其中$a^2=b^2+c^2,a>0,b>c>0$．$A_1,A_2$和$B_1,B_2$分别是“果圆”与$x$轴，$y$轴的交点．给出下列三个结论：



① $\sqrt{2}c < a < \sqrt{2}b$；

② 若 $|A_1A_2| = |B_1B_2|$，则 $a:b:c = 5:4:3$；

③ 若在“果圆” y 轴右侧部分上存在点 P，

使得 $\angle A_1PA_2 = 90^\circ$，则 $\frac{1}{2} < \frac{c}{a} < \frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

其中，所有正确结论的序号是

（A）①②　　　　（B）①③

（C）②③　　　　（D）①②③

第二部分（非选择题 共 110 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

（11）函数 $f(x) = \sin x + \cos x$ 的值域为______.

（12）能够说明“若 a,b,m 均为正数，则 $\frac{b+m}{a+m} > \frac{b}{a}$”是假命题的一组整数 a,b 的值依次为______.

（13）已知点 $P(x_0, y_0)$ 为抛物线 $C: x^2 = 4y$ 上的点，且点 P 到抛物线 C 焦点的距离为 3，则 $|x_0| =$______.

（14）赵爽是我国古代数学家，大约在公元 222 年，他为《周髀算经》一书作序时，介绍了“赵爽弦图”——由四个全等的直角三角形与一个小正方形拼成的一个大正方形，如图 1 所示．类比“赵爽弦图”，可构造如图 2 所示的图形，它是由 3 个全等的三角形与中间一个小等边三角形拼成的一个大等边三角形．在 $\triangle ABC$ 中，若 $AF = 1, FD = 2$，则 $AB =$______.

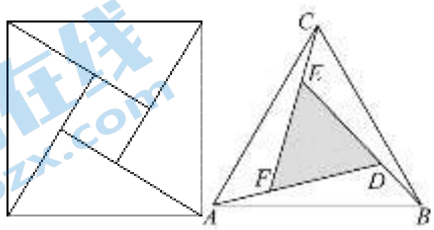


图 1　　　图 2

（15）函数 $f(x)$ 是定义域为**R**的奇函数，满足 $f(\frac{\pi}{2} - x) = f(\frac{\pi}{2} + x)$，且当 $x \in [0, \pi)$ 时，$f(x) = \frac{\sin x}{x^2 - \pi x + \pi}$，给出下列四个结论：

① $f(\pi) = 0$；

② π 是函数 $f(x)$ 的周期；

③ 函数 $f(x)$ 在区间 $(-1,1)$ 上单调递增；

④ 函数 $g(x)=f(x)-\sin 1(x\in[-10,10])$ 所有零点之和为 3π .

其中，正确结论的序号是______.

三、解答题共 6 小题，共 85 分.解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

（16）（本小题 13 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1$，且满足_____.

（I）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

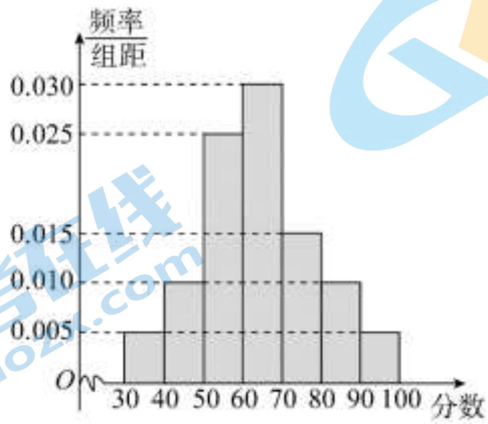
（II）求数列 $\{a_n+2^{n-1}\}$ 的前 n 项和 S_n .

从① $a_{n+1}=2a_n(n\in\mathbf{N}^*)$；② $a_{n+1}-a_n=2(n\in\mathbf{N}^*)$；③ $a_{n+1}+a_n=2(n\in\mathbf{N}^*)$ 这三个条件中选择一个，补充在上面的问题中并作答.

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

（17）（本小题 14 分）

某公司开发了一款手机应用软件，为了解用户对这款软件的满意度，推出该软件 3 个月后，从使用该软件的用户中随机抽查了 1000 名，将所得的满意度的分数分成 7 组：$[30,40)$，$[40,50)$，…，$[90,100]$，整理得到如下频率分布直方图.



根据所得的满意度的分数，将用户的满意度分为两个等级：

满意度的分数	$[30,60)$	$[60,100]$
满意度的等级	不满意	满意

（I）从使用该软件的用户中随机抽取 1 人，估计其满意度的等级为“满意”的概率；

（II）用频率估计概率，从使用该软件的所有用户中随机抽取 2 人，以 X 表示这 2 人中满意度的等级为“满意”的人数，求 X 的分布列和数学期望.

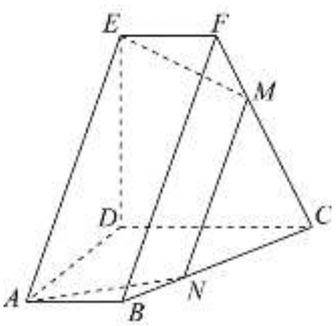
（18）（本小题 14 分）

如图，在多面体 $ABCDEF$ 中，四边形 $ABCD$ 和 $CDEF$ 都是直角梯形，$AB // CD$，$CD // EF$，$AB=EF=1$，$DA=DC=DE=2$，$\angle ADE=\angle ADC=\angle EDC=\frac{\pi}{2}$，点 M 为棱 CF 上一点，平面 AEM 与棱 BC 交于点 N.

（I）求证：$ED\perp$ 平面 $ABCD$；

（II）求证：$AE // MN$；

（III）若平面 AEM 与平面 $CDEF$ 所成锐二面角的余弦值为 $\frac{2}{3}$，求 $\frac{FM}{FC}$ 的值.



（19）（本小题 15 分）

已知函数 $f(x)=(x^2-2ax)\ln x-\frac{1}{2}x^2+2ax\ (a\in\mathbf{R})$.

（I）若 $a=0$，求 $f(x)$ 的最小值；

（II）求函数 $f(x)$ 的单调区间.

（20）（本小题 15 分）

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{3}+y^2=1$，过点 $(-1,0)$ 的直线 l 交椭圆 C 于点 A,B.

（I）当直线 l 与 x 轴垂直时，求 $|AB|$；

（II）在 x 轴上是否存在定点 P，使 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ 为定值？若存在，求点 P 的坐标及 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ 的值；若不存在，说明理由.

（21）（本小题 14 分）

设数集 S 满足：①任意 $x\in S$,有 $x\geqslant 0$；②任意 $x,y\in S$,有 $x+y\in S$ 或 $|x-y|\in S$，则称数集 S 具有性质 P.

（I）判断数集 $A=\{0,1,2,4\}$ 是否具有性质 P，并说明理由；

（II）若数集 $B=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$ 且 $a_i<a_{i+1}(i=1,2,\cdots,n-1)$ 具有性质 P.

(i)当 $n=2021$时，求证：$a_1,a_2,\cdots,a_n$ 是等差数列；

(ii)当 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 不是等差数列时，写出 n 的最大值.（结论不需要证明）

（考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效）

2021 北京丰台高三二模数学

参考答案

一、选择题（共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	D	A	A	B	A	C	D	C	D

二、填空题（共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分）

11．$[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$　　12．1,2（答案不唯一）　　13．$2\sqrt{2}$

14．$\sqrt{13}$　　15．①③④

三、解答题（共 6 小题，共 85 分）

16.（本小题 13 分）

解：选①

（I）因为 $a_{n+1}=2a_n(n\in\mathbf{N}^*)$，

所以数列 $\{a_n\}$ 是以 1 为首项，2 为公比的等比数列.

所以 $a_n=1\times 2^{n-1}=2^{n-1}$.

所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=2^{n-1}(n\in\mathbf{N}^*)$.

（II）$a_n+2^{n-1}=2^{n-1}+2^{n-1}=2^n$，

所以数列 $\{a_n+2^{n-1}\}$ 是以 2 为首项，2 为公比的等比数列.

所以 $S_n=\dfrac{2\times(1-2^n)}{1-2}=2\times(2^n-1)=2^{n+1}-2$ ……………………………13 分

选②

（I）因为 $a_{n+1}-a_n=2(n\in\mathbf{N}^*)$，

所以数列 $\{a_n\}$ 是以 1 为首项，2 为公差的等差数列.

所以 $a_n=1+(n-1)\times 2=2n-1$.

所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=2n-1(n\in\mathbf{N}^*)$.

（II）$a_n+2^{n-1}=2n-1+2^{n-1}$，

所以 $S_n=(1+3+\cdots+2n-1)+(1+2+\cdots+2^{n-1})$

$=\dfrac{n(1+2n-1)}{2}+\dfrac{1\times(1-2^n)}{1-2}$

$=n^2+2^n-1$ ……………………………13 分

选③

（I）因为 $a_{n+1}+a_n=2(n\in\mathbf{N}^*)$，

所以 $a_n+a_{n-1}=2,(n\ge 2,n\in\mathbf{N}^*)$.

两式相减得 $a_{n+1}-a_{n-1}=0,(n\ge 2,n\in\mathbf{N}^*)$，

即 $a_{n+1}=a_{n-1}(n\ge 2,n\in\mathbf{N}^*)$.

又因为 $a_1=a_2=1$，

所以数列 $\{a_n\}$ 是常数列.

所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=1(n\in\mathbf{N}^*)$.

（II） $a_n+2^{n-1}=1+2^{n-1}$，

所以 $S_n=n+\dfrac{1\times(1-2^n)}{1-2}=n+2^n-1$……………………………13 分

17.（本小题 14 分）

解：（I）根据频率分布直方图可知，样本中 $[60,100]$ 的频率为：$(0.030+0.015+0.010+0.005)\times 10=0.6$，

所以从使用该软件的用户中随机抽取 1 人，其满意度的等级为“满意”的概率约为 0.6.

（II）用频率估计概率，则“满意”的概率为 $\dfrac{3}{5}$，“不满意”的概率为 $\dfrac{2}{5}$.

X 的所有可能取值为 0,1,2.

$P(X=0)=C_2^0(\dfrac{3}{5})^0(\dfrac{2}{5})^2=\dfrac{4}{25}$；

$P(X=1)=C_2^1(\dfrac{3}{5})(\dfrac{2}{5})=\dfrac{12}{25}$；

$P(X=2)=C_2^2(\dfrac{3}{5})^2(\dfrac{2}{5})^0=\dfrac{9}{25}$

所以 X 的分布列为

X	0	1	2
P	$\dfrac{4}{25}$	$\dfrac{12}{25}$	$\dfrac{9}{25}$

数学期望 $E(X)=0\times\dfrac{4}{25}+1\times\dfrac{12}{25}+2\times\dfrac{9}{25}=\dfrac{6}{5}$ ……………………………………………14 分

（18）（本小题 14 分）

（I）证明：因为 $\angle ADE=\angle EDC=\frac{\pi}{2}$，

所以 $ED\perp AD$， $ED\perp DC$．

因为 $AD\cap DC=D$， $AD,DC\subset$ 平面 $ABCD$，

所以 $ED\perp$ 平面 $ABCD$． …………………4 分

（II）证明：因为 $AB\,//\,CD$， $CD\,//\,EF$，

所以 $AB\,//\,EF$．

因为 $AB=EF$，

所以四边形 $ABFE$ 是平行四边形.

所以 $AE\,//\,BF$．

因为 $AE\not\subset$ 平面 BCF， $BF\subset$ 平面 BCF，

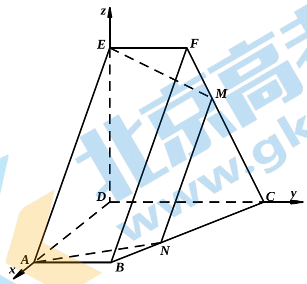
所以 $AE\,//$ 平面 BCF．

因为 $AE\subset$ 平面 AEM， 平面 $AEM\cap$ 平面 $BCF=MN$，

所以 $AE\,//\,MN$． …………………8 分

（III）解：因为 $ED\perp AD$， $ED\perp DC$， $AD\perp DC$，所以如图建立空间直角坐标系 $D-xyz$，

由 $AB=EF=1, DA=DC=DE=2$，可知 $D(0,0,0)$， $A(2,0,0)$， $B(2,1,0)$， $C(0,2,0)$， $E(0,0,2)$， $F(0,1,2)$，
$\overrightarrow{AE}=(-2,0,2)$， $\overrightarrow{FC}=(0,1,-2)$，



设 $\frac{FM}{FC}=\lambda(0\leqslant\lambda\leqslant1)$，

则 $\overrightarrow{EM}=\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{FM}=\overrightarrow{EF}+\lambda\overrightarrow{FC}$

$=(0,1,0)+\lambda(0,1,-2)=(0,1+\lambda,-2\lambda)$，

设 $\boldsymbol{m}=(x,y,z)$ 是平面 AEM 的法向量，

则 $\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{AE}=0\\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{EM}=0\end{cases}$， 即 $\begin{cases}-x+z=0,\\ (1+\lambda)y-2\lambda z=0,\end{cases}$

所以 $\boldsymbol{m}=(1+\lambda,2\lambda,1+\lambda)$．

因为 $\boldsymbol{n}=(1,0,0)$ 是平面 $CDEF$ 的法向量，

所以 $\cos<\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}>=\frac{\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{m}||\boldsymbol{n}|}=\frac{1+\lambda}{\sqrt{(1+\lambda)^2+(2\lambda)^2+(1+\lambda)^2}}=\frac{2}{3}$．

因为 $0\le\lambda\le1$，解得 $\lambda=\frac{1}{3}$．

所以平面 AEM 与平面 $CDEF$ 所成锐二面角的余弦值为 $\frac{2}{3}$ 时， $\frac{FM}{FC}=\frac{1}{3}$．

…………………14 分

（19）（本小题 15 分）

解：（I）函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$.

若 $a=0$，则 $f(x)=x^2\ln x-\dfrac{1}{2}x^2$， $f'(x)=2x\ln x$，

令 $f'(x)=0$，得 $x=1$，

随 x 的变化， $f'(x)$， $f(x)$ 的变化情况如下表所示

x	$(0,1)$	1	$(1,+\infty)$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	单调递减	极小值 $f(1)$	单调递增

所以 $a=0$ 时， $f(x)$ 的最小值为 $f(1)=-\dfrac{1}{2}$． …………………6 分

（II）因为 $f'(x)=2(x-a)\ln x\ (x>0)$，

当 $a\le 0$ 时， $x-a>0$，

令 $f'(x)>0$，得 $\ln x>0$，所以 $x>1$， $f(x)$ 在区间 $(1,+\infty)$ 上单调递增，

令 $f'(x)<0$，得 $\ln x>0$，所以 $0<x<1$， $f(x)$ 在区间 $(0,1)$ 上单调递减.

当 $0<a<1$ 时，令 $f'(x)=0$，得 $x=1$ 或 $x=a$，

随 x 的变化， $f'(x)$， $f(x)$ 的变化情况如下表所示

x	$(0,a)$	a	$(a,1)$	1	$(1,+\infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	单调递增	$f(a)$	单调递减	$f(1)$	单调递增

所以 $f(x)$ 在区间 $(0,a)$ 上单调递增，在区间 $(a,1)$ 上单调递减，在区间 $(1,+\infty)$ 上单调递增.

当 $a=1$ 时，因为 $f'(x)=2(x-1)\ln x\ge 0$，当且仅当 $x=1$ 时， $f'(x)=0$，

所以 $f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增.

当 $a>1$ 时，令 $f'(x)=0$，得 $x=1$ 或 $x=a$，

随 x 的变化， $f'(x)$， $f(x)$ 的变化情况如下表所示

x	$(0,1)$	1	$(1,a)$	a	$(a,+\infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	单调递增	$f(1)$	单调递减	$f(a)$	单调递增

所以 $f(x)$ 在区间 $(0,1)$ 上单调递增，在区间 $(1,a)$ 上单调递减，在区间 $(a,+\infty)$ 上单调递增.

综上所述，

当 $a \le 0$ 时， $f(x)$ 的单调递增区间为 $(1,+\infty)$，单调递减区间为 $(0,1)$；

当 $0 < a < 1$ 时， $f(x)$ 的单调递增区间为 $(0,a)$， $(1,+\infty)$，单调递减区间为 $(a,1)$；

当 $a = 1$ 时， $f(x)$ 的单调递增区间为 $(0,+\infty)$，无单调递减区间；

当 $a > 1$ 时， $f(x)$ 的单调递增区间为 $(0,1)$，$(a,+\infty)$，单调递减区间为 $(1,a)$.

……………………………………15 分

20.（本小题 15 分）

解：（I）当直线 l 斜率不存在时，其方程为 $x=-1$.

由 $\begin{cases} \dfrac{x^2}{3}+y^2=1, \\ x=-1 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x=-1, \\ y=\dfrac{\sqrt{6}}{3} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-1, \\ y=-\dfrac{\sqrt{6}}{3}. \end{cases}$

所以 $|AB|=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$.

（II）假设存在 $P(m,0)$，使 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ 为定值.

① 当直线 l 斜率存在时，

设直线 l 的方程为： $y=k(x+1)$， $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$,

由 $\begin{cases} x^2+3y^2=3, \\ y=k(x+1) \end{cases}$ 得 $(1+3k^2)x^2+6k^2x+3k^2-3=0$.

则 $x_1+x_2=-\dfrac{6k^2}{1+3k^2}$， $x_1x_2=\dfrac{3k^2-3}{1+3k^2}$.

所以 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=(x_1-m,y_1)\cdot(x_2-m,y_2)$

$=(x_1-m)(x_2-m)+y_1y_2$

$=x_1x_2-m(x_1+x_2)+m^2+k^2(x_1+1)(x_2+1)$

$=x_1x_2-m(x_1+x_2)+m^2+k^2x_1x_2+k^2(x_1+x_2)+k^2$

$=(k^2-m)(x_1+x_2)+(k^2+1)x_1x_2+k^2+m^2$

$=\dfrac{(k^2-m)(-6k^2)}{1+3k^2}+\dfrac{(k^2+1)(3k^2-3)}{1+3k^2}+\dfrac{(k^2+m^2)(1+3k^2)}{1+3k^2}$

$=\dfrac{(3m^2+6m+1)k^2+m^2-3}{1+3k^2}$.

若 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ 为常数，只需 $\dfrac{3m^2+6m+1}{3}=\dfrac{m^2-3}{1}$，

解得 $m=-\dfrac{5}{3}$，此时 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=-\dfrac{2}{9}$.

所以存在点 $P(-\frac{5}{3},0)$，使 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ 为定值 $-\frac{2}{9}$.

②当直线 l 与 x 轴垂直时，

不妨设 $A(-1,\frac{\sqrt{6}}{3}),B(-1,-\frac{\sqrt{6}}{3})$,

当点 P 坐标为 $P(-\frac{5}{3},0)$ 时，$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=(-1+\frac{5}{3},\frac{\sqrt{6}}{3})\cdot(-1+\frac{5}{3},-\frac{\sqrt{6}}{3})=\frac{4}{9}-\frac{6}{9}=-\frac{2}{9}$.

综上，存在点 $P(-\frac{5}{3},0)$，使 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ 为定值 $-\frac{2}{9}$ ……………………………15 分

21.（本小题 14 分）

解：（I）因为 $4+1\notin A,|4-1|\notin A$，所以数集 A 不具有性质 P；…………………………3 分

（II）（i）因为 $a_{2021}+a_{2021}=2a_{2021}>a_{2021}$，所以 $a_{2021}+a_{2021}\notin B$.

所以 $|a_{2021}-a_{2021}|=0\in B$，则 $a_1=0$.

因为 $a_i<a_{i+1}(i=1,2,\cdots,2020)$，

所以 $a_{2021}+a_{2020}>a_{2021}+a_{2019}>\cdots>a_{2021}+a_2>a_{2021}$.

所以 $a_{2021}+a_i\notin B(i=2,3,\cdots,2020)$.

所以 $a_{2021}-a_i\in B(i=2,3,\cdots,2020)$.

因为 $0<a_{2021}-a_{2020}<a_{2021}-a_{2019}<\cdots<a_{2021}-a_2<a_{2021}$，

所以 $a_{2021}-a_i=a_{2022-i}(i=2,3,\cdots,2020)$.①

所以 $a_{2021}=a_{2020}+a_2$，$a_{2021}=a_{2019}+a_3$.

因为 $a_{2020}+a_{2019}>a_{2020}+a_{2018}>\cdots>a_{2020}+a_3>a_{2020}+a_2=a_{2021}$，

所以 $a_{2020}+a_i\notin B(i=3,4,\cdots,2019)$.

所以 $a_{2020}-a_i\in B(i=3,4,\cdots,2019)$.

因为 $0<a_{2020}-a_{2019}<a_{2020}-a_{2018}<\cdots<a_{2020}-a_3<a_{2020}$，

所以 $a_{2020}-a_{2019}=a_2,a_{2020}-a_3=a_{2018}$.

否则 $a_{2020}-a_{2019}=a_k(k\ge 3)$，得 $a_{2020}\ge a_3+a_{2019}=a_{2021}$ 矛盾.

$a_{2020}-a_3=a_l(l\ge 2019)$，得 $a_{2020}\ge a_3+a_{2019}=a_{2021}$ 矛盾.

所以 $a_{2020}-a_i=a_{2021-i}(i=3,\cdots,2019)$.②

①−②得 $a_{2022-i}-a_{2021-i}=a_{2021}-a_{2020}=a_2(i=3,\cdots,2019)$，

即 $a_3-a_2=a_4-a_3=\cdots=a_{2019}-a_{2018}=a_2$.

所以 $a_{i+1}-a_i=a_2(i=1,2,\cdots,n-1)$.

所以 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 是等差数列……………………………………12 分

（ii） n 的最大值是 4……………………………………14 分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “ 精益求精、专业严谨 ” 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。