

2021 北京丰台高一（下）期末

数 学

2021.07

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 在复平面内，复数 $z=1-i$ 对应的点位于

- (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

2. 已知向量 $a=(1,3)$ ，且 $a \perp b$ ，则向量 b 可以是

- (A) $(-3,1)$ (B) $(-3,-1)$ (C) $(3,1)$ (D) $(-1,-3)$

3. 在平行四边形 $ABCD$ 中， O 是对角线 AC 和 BD 的交点，则 $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{DC} =$

- (A) \overrightarrow{AC} (B) \overrightarrow{CA} (C) \overrightarrow{BD} (D) \overrightarrow{DB}

4. 已知正三棱锥 $P-ABC$ ，底面 ABC 的中心为点 O ，给出下列结论：

- ① $PO \perp$ 底面 ABC ；
② 棱长都相等；
③ 侧面是全等的等腰三角形。

其中所有正确结论的序号是

- (A) ①② (B) ①③
(C) ②③ (D) ①②③

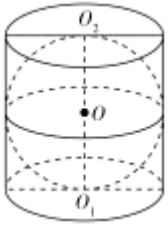
5. 已知 $\sin x = \frac{1}{3}$ ，则 $\cos 2x =$

- (A) $\frac{8}{9}$ (B) $\frac{7}{9}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{3}$

6. 已知 a, b 是两条不同的直线， α, β 是两个不同的平面，下列命题正确的是

- (A) 若 $a \parallel \alpha, b \parallel \alpha$ ，则 $a \parallel b$ (B) 若 $a \parallel \alpha, a \parallel \beta$ ，则 $\alpha \parallel \beta$
(C) 若 $a \perp \alpha, b \perp \alpha$ ，则 $a \parallel b$ (D) 若 $a \perp \alpha, b \perp \beta$ ，则 $\alpha \parallel \beta$

7. 如图，该球 O 与圆柱 O_1O_2 的上、下底面及母线均相切。若球 O 的体积为 $\frac{4\pi}{3}$ ，则圆柱 O_1O_2 的表面积为



- (A) 4π (B) 5π (C) 6π (D) 7π

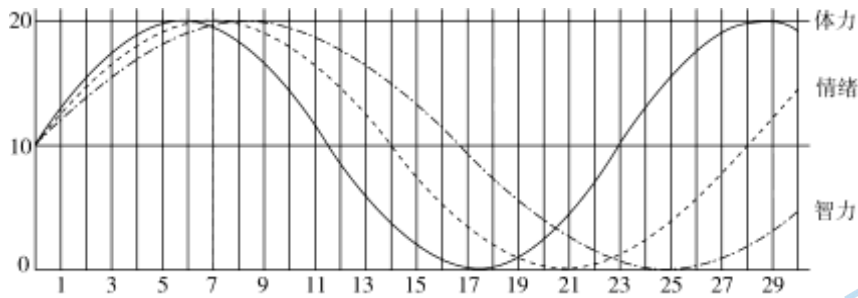
8. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在线段 BC 上, 且 $BD=3DC$, 若 $\vec{AD} = m\vec{AB} + n\vec{AC}$, 则 $\frac{n}{m} =$

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) 2 (D) 3

9. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $b = 2a \cos C$, 且 $B = \frac{\pi}{2}$, 则 $A =$

- (A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{5\pi}{12}$

10. 从出生之日起, 人的体力、情绪、智力呈周期性变化, 在前 30 天内, 它们的变化规律如下图所示 (均为正弦型曲线):



体力、情绪、智力在从出生之日起的每个周期中又存在着高潮期 (前半周期) 和低潮期 (后半周期), 它们在一个周期内的表现如下表所示:

	高潮期	低潮期
体力	体力充沛	疲倦乏力
情绪	心情愉快	心情烦躁
智力	思维敏捷	反应迟钝

如果从同学甲出生到今日的天数为 5850, 那么今日同学甲

- (A) 体力充沛, 心情烦躁, 思维敏捷
 (B) 体力充沛, 心情愉快, 思维敏捷
 (C) 疲倦乏力, 心情愉快, 思维敏捷
 (D) 疲倦乏力, 心情烦躁, 反应迟钝

第二部分（非选择题 共 110 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11. 已知 $\mathbf{a} = (2, 3)$, $\mathbf{b} = (4, x)$, 且 $\mathbf{a} // \mathbf{b}$, 则 $x =$ _____.

12. 为调研某校学生的课外阅读情况, 通过随机抽样调查, 获得 100 名学生每天的课外阅读时间, 所得数据均在区间 $[50, 100]$ (单位: min) 上, 其频率分布表如下:

分组	频率
$[50, 60]$	0.05
$(60, 70]$	0.35
$(70, 80]$	a
$(80, 90]$	0.2
$(90, 100]$	0.1

则 $a =$ _____; 根据以上数据, 估计该校学生每天课外阅读时间的 80% 分位数为 _____.

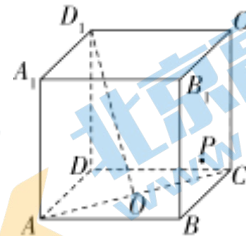
13. 若复数 $z = \frac{2i}{1+i}$, 其中 i 为虚数单位, 则 $|z| =$ _____.

14. 将函数 $f(x) = \cos 2x$ 的图象向左平移 $\varphi (\varphi > 0)$ 个单位长度, 得到函数 $g(x)$ 的图象. 若函数 $g(x)$ 的图象关于原点对称, 则 φ 的一个取值为 _____.

15. 如图, 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, 点 O 为底面 $ABCD$ 的中心, 点 P 在侧面 BB_1C_1C 的边界及其内部运动, 且 $D_1O \perp OP$. 给出下列结论:

- ① $AC \perp D_1O$;
- ② 三棱锥 $P-AA_1D$ 的体积为定值;
- ③ 点 P 在线段 CE 上 (E 为 BB_1 的中点);
- ④ $\triangle D_1C_1P$ 面积的最大值为 2.

其中所有正确结论的序号是 _____.



三、解答题共 6 小题, 共 85 分. 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

16. (本小题共 13 分)

已知向量 $\mathbf{a} = (-1, 3)$, $\mathbf{b} = (1, 2)$.

- (I) 求 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$;
- (II) 求 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 夹角的大小;
- (III) 求 $|2\mathbf{a} - \mathbf{b}|$.

17. (本小题共 14 分)

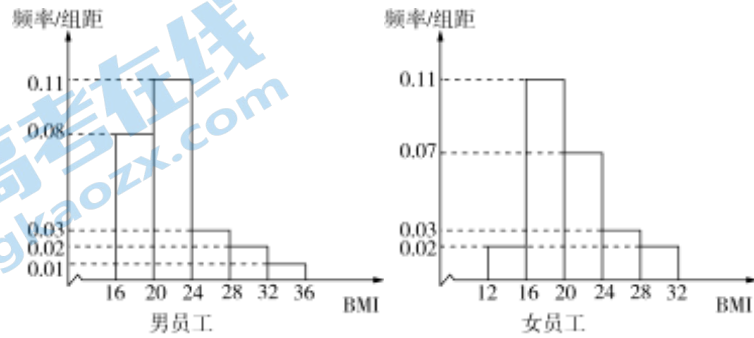
BMI (身体质量指数) 是目前国际上常用的衡量人体胖瘦程度以及是否健康的一个标准, 其计算公式是:

$$\text{BMI} = \frac{\text{体重 (单位: kg)}}{\text{身高}^2 (\text{单位: m}^2)}$$

在我国, 成人的 BMI 数值参考标准为: BMI < 18.5 为偏瘦; 18.5 ≤ BMI < 24 为正常;

24 ≤ BMI < 28 为偏胖; BMI ≥ 28 为肥胖.

某公司有 3000 名员工, 为了解该公司员工的身体肥胖情况, 研究人员从公司员工体检数据中, 采用比例分配的分层随机抽样的方法抽取了 100 名男员工、50 名女员工的身高体重数据, 计算得到他们的 BMI, 进而得到频率分布直方图如下:

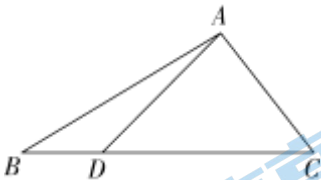


- (I) 该公司男员工和女员工各有多少人?
- (II) 根据 BMI 及频率分布直方图, 估计该公司男员工为肥胖的有多少人?
- (III) 根据频率分布直方图, 估计该公司男员工 BMI 的平均数为 μ_1 , 女员工 BMI 的平均数为 μ_2 , 比较 μ_1 与 μ_2 的大小. (直接写出结论, 不要求证明)

18. (本小题共 14 分)

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 边上一点, $\cos C = \frac{3}{5}$, $CD = 7$, $AC = 5$.

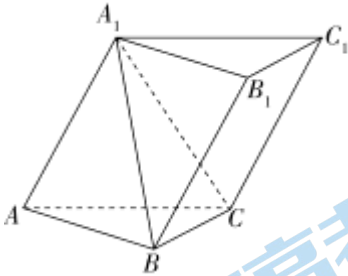
- (I) 求 AD 的长;
- (II) 若 $AB = 8$, 求角 B 的大小.



19. (本小题共 15 分)

如图, 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 侧面 $ACC_1A_1 \perp$ 底面 ABC , $BC \perp AC$.

- (I) 求证: $B_1C_1 \parallel$ 平面 A_1BC ;
- (II) 求证: 平面 $A_1BC \perp$ 平面 ACC_1A_1 .
- (III) 若 $A_1B = 2BC$, 求异面直线 A_1B 与 B_1C_1 所成角的大小.



20. (本小题共 14 分)

已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的最小正周期为 π .

- (I) 求 ω 的值;
- (II) 再从条件①、条件②、条件③中选择一个作为已知条件, 求函数 $g(x) = f(x) + 2\cos 2x$ 在区间 $[\frac{\pi}{2}, \pi]$ 上的最小值.

条件①: $f(x)$ 的图象过点 $(\frac{\pi}{12}, 0)$;

条件②: $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{3}$ 对称;

条件③: $f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$ 上单调递增.

注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

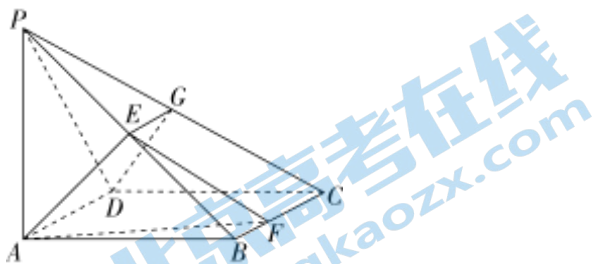
21. (本小题共 15 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为正方形, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, $PA=AB$, E 为线段 PB 的中点, F 为线段 BC 上的动点.

(I) 若平面 ADE 交 PC 于点 G , 求证: $EG \parallel AD$;

(II) 求证: $AE \perp$ 平面 PBC ;

(III) 判断直线 AF 与平面 PBC 所成角的大小是否可以 $\frac{\pi}{3}$, 并说明理由.



(考生务必将答案答在答题卡上, 在试卷上作答无效)

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯